اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

سنجش دوازدهم
آزمـــون ۱۰ از ۱۵

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

ویژۀ پایۀ دوازدهم

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی
سنجش دوازدهم ــ مرحلۀ هشتم
(۱۴۰۳/۱۲/۲۴)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامۀ آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینۀ ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.

کانال‌های ارتباطی:
@sanjesheducationgroup
@sanjeshserv

ریاضیات

۱. گزینه ۳ درست است.

$$f(x)=\sqrt[۳]{x^۲}(ax^۲-۱)$$
$$D_f=\mathbb{R}$$
$$f'(x)=\frac{۲x}{۳x\sqrt[۳]{x}}(ax^۲-۱)+۲ax\sqrt[۳]{x^۲}$$
$$f'(x)=\frac{۲(ax^۲-۱)}{۳\sqrt[۳]{x}}+۲ax\sqrt[۳]{x^۲}=\frac{۲(ax^۲-۱)+۶ax^۲}{۳\sqrt[۳]{x}}$$
$$f'(\frac{۱}{۲})=۰\Rightarrow ۸ax^۲-۲=۰\Rightarrow ۸a\times\frac{۱}{۴}-۲=۰\quad \boxed{a=۱}$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲. گزینه ۴ درست است.

$$f(x)=\sqrt{۴x-۳}\quad m\left|\begin{matrix}\alpha\\ \sqrt{۴\alpha-۳}\end{matrix}\right.\quad y=۲x+۶$$

فاصله M تا خط داده‌شده را نوشته و حداقل آن‌را به‌دست می‌آوریم:

$$d=\frac{|\sqrt{۴\alpha-۳}-۲\alpha-۶|}{\sqrt{۵}}\Rightarrow f(\alpha)=\sqrt{۴\alpha-۳}-۲\alpha+۶\qquad \alpha\geq\frac{۳}{۴}$$
$$f'(\alpha)=۰\Rightarrow\frac{۴}{۲\sqrt{۴\alpha-۳}}-۲=۰\Rightarrow\frac{۲}{\sqrt{۴\alpha-۳}}=۲\Rightarrow$$
$$\sqrt{۴\alpha-۳}=۱\Rightarrow\alpha=۱\Rightarrow\min d=\frac{۷}{\sqrt{۵}}$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۳. گزینه ۱ درست است.

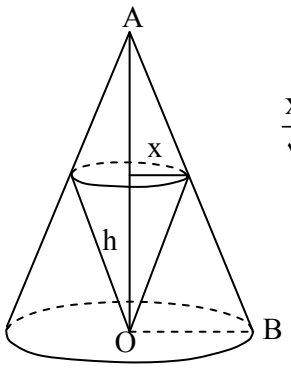
$$D_f=\left[۰,\frac{a}{۲}\right]$$
$$f(۰)=\sqrt{a}\ ,\ f\left(\frac{a}{۲}\right)=۲\sqrt{\frac{a}{۲}}=\sqrt{۲a}$$
$$f'(x)=\frac{۱}{\sqrt{x}}-\frac{۱}{\sqrt{a-۲x}}f'=۰\Rightarrow x=a-۲x$$
$$\Rightarrow x=\frac{a}{۳}\ \text{بحرانی}\ f(\frac{a}{۳})=۲\sqrt{\frac{a}{۳}}+\sqrt{a-\frac{۲a}{۳}}$$
$$f(\frac{a}{۳})=۲\sqrt{\frac{a}{۳}}+\sqrt{\frac{a}{۳}}=۳\sqrt{\frac{a}{۳}}=\sqrt{۳a}$$

چون $a>۰$ پس طول نقاط بحرانی $x=\frac{a}{۳}$ و $x=\frac{a}{۲}$ و $x=۰$ هستند، به‌طوری‌که:

$$max=\sqrt{۳a}\quad min=\sqrt{a}$$
$$\Rightarrow\sqrt{۳a}\times\sqrt{a}=a\sqrt{۳}=۴\sqrt{۳}\Rightarrow \underline{a=۴}|$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: دشوار)

۴. گزینه ۳ درست است.



در مثلث OAB داریم:

$$\frac{x}{۴}=\frac{۸-h}{۸}\Rightarrow x=\frac{۴(۸-h)}{۸}\Rightarrow x=۴-\frac{۱}{۲}h$$

مخروط $V=\frac{\pi}{۳}x^{۲}h=\frac{\pi}{۳}\times(۴-\frac{h}{۲})^{۲}.h$

$$V(h)=\frac{\pi}{۱۲}(۸-h)^{۲}.h\Rightarrow V'(h)=۰$$

$$-۲(۸-h).h+(۸-h)^{۲}=-۲h+۸-h=۰$$

$$h=\frac{۸}{۳}\Rightarrow x=۴-\frac{۴}{۳}=\frac{۸}{۳}$$

$$V_{max}=\frac{\pi}{۳}x^{۲}h=\frac{\pi}{۳}\times\frac{۶۴}{۹}\times\frac{۸}{۳}\Rightarrow V_{max}=\frac{۵۱۲\pi}{۸۱}$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۵. گزینه ۲ درست است.

$$y'=\frac{(۳x^{۲})(x^{۲}-۱)-(x^{۳})(۲x)}{(x^{۲}-۱)^{۲}}=\frac{x^{۴}-۳x^{۲}}{(x^{۲}-۱)^{۲}}=\frac{x^{۲}(x^{۲}-۳)}{(x^{۲}-۱)^{۲}}$$

x	$-\sqrt{۳}$	-۱	۰	۱	$\sqrt{۳}$
y'	$+$	$-$ ‖ $-\infty$	$-$ ‖ $+\infty$	$-$ ‖ $-\infty$	$-$ ‖ $+\infty$	$+$

بازهٔ $(-۱,۱)$ بزرگ‌ترین بازه است.

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری:آسان)

۶. گزینه ۲ درست است.

$$y'=۶x^{۲}-۲۴=۰\rightarrow x^{۲}=۴\rightarrow x=\pm۲$$

$x=۲\rightarrow y(۲)=۲$ نسبی min

$x=-۲\rightarrow y(-۲)=۶۶$ نسبی max

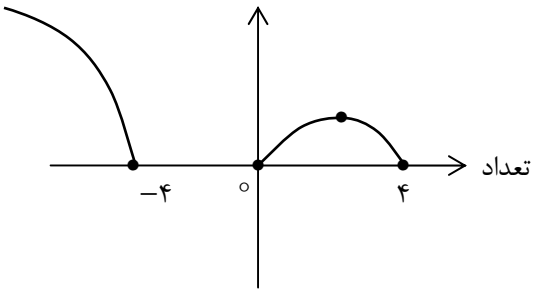
$$\overset{\text{میانگین}}{\min,\max}:\frac{۶۶+(۲)}{۲}=۳۴$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: آسان)

۷. گزینه ۱ درست است.

با رسم تقریبی نمودار داریم:

$$f(x)=\frac{1}{2}|\sqrt{x(4-|x|)}$$



$P=1$ ماکزیمم نسبی

$K=0$ مینیمم نسبی

$t=4$ نقاط بحرانی

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۸. گزینه ۴ درست است.

$$f=\begin{cases}\frac{-x}{-x+1}=\frac{x}{x-1} & x<0 \rightarrow \text{تابع هموگرافیک نقطه عطف ندارد}\\ x^3-6ax^2-x & x\geq 0 \rightarrow x_I=\frac{6a}{3}=2a>0\rightarrow a>0\ (I) \text{ تابع درجه سوم}\end{cases}$$

برای یافتن نقطهٔ دوم حتماً باید تابع در $x=0$ مشتق‌پذیر بوده و مشتق دوم تغییر علامت دهد.

$$f'=\begin{cases}\frac{-1}{(x-1)^2} & x<0 \quad f'(0)=-1\\ 3x^2-12ax-1 & x>0\end{cases}$$

بنابراین:

$$f''=\begin{cases}\frac{2}{(x-1)^3} & x<0 \rightarrow f''_-(0)=-2\\ 6x-12a & x>0 \rightarrow f''_+(0)=-12a>0\rightarrow a<0\ (II)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{(I)\cap(II)}\varnothing$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

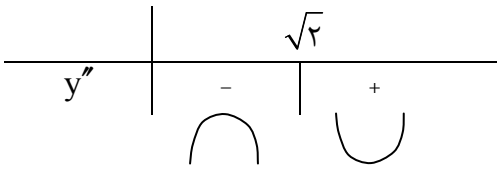
۹. گزینه ۴ درست است.

$$f(x)=mx^3-(m^2+4)x^2-\sqrt{2}x+2$$

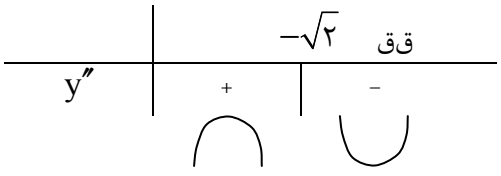
$$f'=3mx^2-2(m^2+4)x-\sqrt{2}$$

$$f''(x)=6mx-2(m^2+4)\xrightarrow{x=m}6m^2-2(m^2+4)=0\rightarrow m^2=2\rightarrow m=\pm\sqrt{2}$$

$m=\sqrt{2}$



$m=-\sqrt{2}$



$$f(-\sqrt{2})=(-\sqrt{2})(-\sqrt{2})^3-(6)(-\sqrt{2})^2-\sqrt{2}(-\sqrt{2})+2=4-12+2+2=-4$$

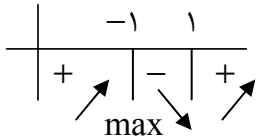
(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۰. گزینه ۳ درست است.

$$y=\frac{ax}{x^{۲}+۱}$$

$$y'=\frac{a(x^{۲}+۱)-(ax)(۲x)}{(x^{۲}+۱)^{۲}}\Rightarrow y'=۰\Rightarrow ax^{۲}+a-۲ax^{۲}=۰\Rightarrow -ax^{۲}+a=۰\Rightarrow x=\pm ۱$$

$a<۰$



$$f(-۱)=\frac{-a}{۲}(max)$$

$\max\left|\begin{matrix}-۱\\ \frac{-a}{۲}\end{matrix}\right.$ تابع است که برنقطه عطف تابع $y=x^{۳}-۳bx^{۲}+۱$ منطبق است.

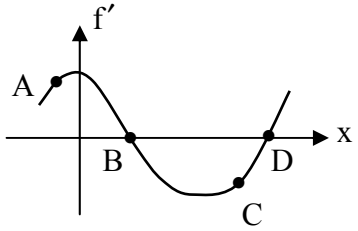
$$y=x^{۳}-۳bx^{۲}+۱$$

$$I\left|\begin{matrix}x=\frac{۳b}{۳}=b=-۱\\ f(-۱)=-۱+۳+۱=-\frac{a}{۲}\rightarrow a=-۶\end{matrix}\right.$$

بنابراین: $\left[\frac{a}{b}\right]=۶$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۱. گزینه ۲ درست است.



$$A\rightarrow\begin{cases}f'>۰\\ f''>۰\end{cases}$$

$$B\rightarrow\begin{cases}f'=۰\\ f''<۰\end{cases}$$

$$C\rightarrow\begin{cases}f'<۰\\ f''>۰\end{cases}\rightarrow\frac{f'}{f''}<۰$$

$$D\rightarrow\begin{cases}f'=۰\\ f''>۰\end{cases}$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۲. گزینه ۲ درست است.

$$y'=-۸x^{۳}+۳ax^{۲}+۲bx+c\xrightarrow{x=۰}c=۰$$

$$\xrightarrow{x=-۲}+۶۴+۱۲a-۴b+c=۰$$

$$۱۲a-۴b=-۶۴$$

نقطه $x=-۲$، عطف نمودار است.

$$y''=-۲۴x^۲+۶ax+۲b=۰\xrightarrow{x=-۲}$$
$$-۹۶-۱۲a+۲b=۰\rightarrow -۱۲a+۲b=۹۶$$
$$b=-۱۶, a=\frac{-۳۲}{۳}\rightarrow \frac{a}{b}=\frac{۲}{۳}$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری:متوسط)

۱۳. گزینه ۳ درست است.

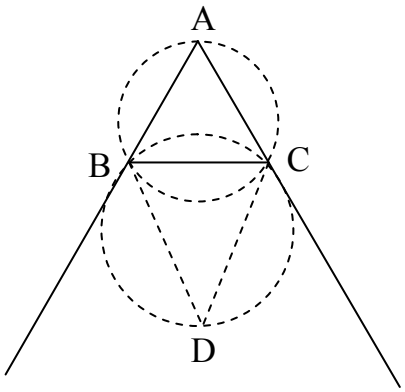
$$h(x)=-x^۳+ax^۲+bx+c$$
$$y'=-۳x^۲+۲ax+b=۰$$
$$y'(۰)=۰\rightarrow b=۰$$
$$h(۰)=-۸, c=-۸$$

$$y'=x(-۳x+۲a)=۰\begin{cases}x=۰\\ x=+\frac{۲a}{۳}\end{cases}$$

$$\frac{۴a^۳}{۲۷}=۸\rightarrow a=\frac{۶}{\sqrt[۳]{۴}}$$
$$\frac{-۸a^۳}{۲۷}+\frac{۴a^۳}{۹}-۸=۰$$
$$x=\frac{۲}{۳}\times\frac{۶}{\sqrt[۳]{۴}}=\frac{۴}{\sqrt[۳]{۴}}=\sqrt[۳]{۱۶}=۲\sqrt[۳]{۲}$$

(حسابان (۲)؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۴. گزینه ۱ درست است.



می‌دانیم زاویه بین دو نیمساز خارجی زوایای $\hat{B}$ و $\hat{C}$ برابر است با:

$$\hat{D}=۹۰-\frac{A}{۲}$$

بنا بر قضیه سینوس‌ها در مثلث‌های $\overset{\Delta}{A}BC$ و $\overset{\Delta}{D}BC$ داریم:

$$\frac{BC}{\sin A}=۲R\ ,\ \frac{BC}{\sin D}=۲R'$$

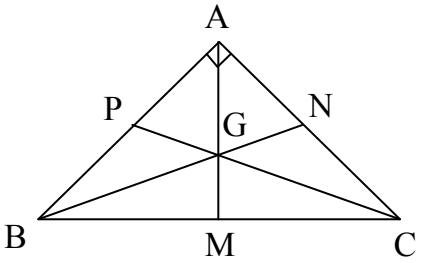
اگر مساحت دایره محیطی مثلث ABC را با S و مساحت دایره محیطی مثلث DBC را با S' نمایش دهیم:

$$\frac{S}{S'}=\frac{\pi R^{۲}}{\pi R'^{۲}}=\left(\frac{\frac{BC}{۲\sin A}}{\frac{BC}{۲\sin D}}\right)^{۲}=\left(\frac{\sin D}{\sin A}\right)^{۲}$$

$$=\left(\frac{\sin(۹۰-\frac{A}{۲})}{۲\sin\frac{A}{۲}\cos\frac{A}{۲}}\right)^{۲}=\left(\frac{\cos\frac{A}{۲}}{۲\sin\frac{A}{۲}\cos\frac{A}{۲}}\right)^{۲}=\left(\frac{۱}{۲\sin\frac{A}{۲}}\right)^{۲}=\frac{۱}{۴\sin^{۲}\frac{A}{۲}}$$

(هندسه (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۵. گزینه ۱ درست است.



$$BN^{۲}=BA^{۲}+AN^{۲}=BA^{۲}+\frac{۱}{۴}AC^{۲}$$

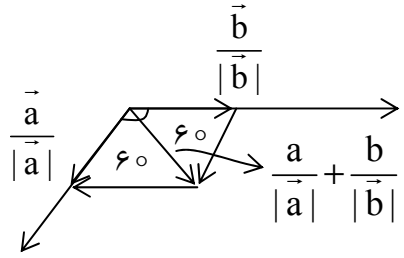
$$CP^{۲}=AP^{۲}+AC^{۲}=\frac{۱}{۴}AB^{۲}+AC^{۲}$$

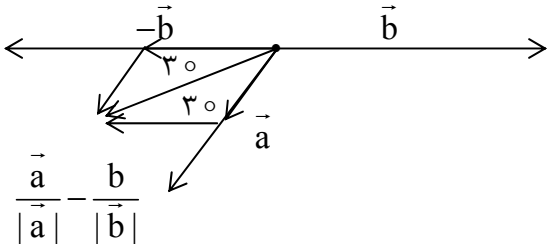
$$BN^{۲}+CP^{۲}=\frac{۵}{۴}BA^{۲}+\frac{۵}{۴}AC^{۲}=\frac{۵}{۴}(BA^{۲}+AC^{۲})=\frac{۵}{۴}BC^{۲}$$

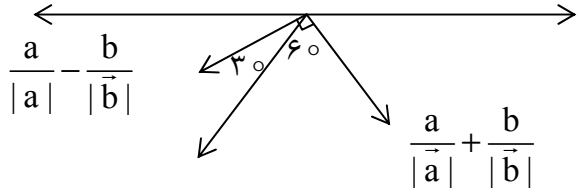
$$\Rightarrow BC^{۲}=\frac{۴}{۵}(BN^{۲}+CP^{۲})=\frac{۴}{۵}(۱۲+۱۸)=۲۴\Rightarrow BC=۲\sqrt{۶}\Rightarrow AM=\frac{۱}{۲}BC=\sqrt{۶}$$

(هندسه (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۱۶. گزینه ۳ درست است.







زاویه بین نیمسازهای دو زاویه مجانب برابر قائمه است.

(هندسه (۳)؛ سطح دشواری: آسان)

۱۷. گزینه ۲ درست است.

$$\vec{a}+\vec{b}\perp\vec{a}-\vec{b}\Rightarrow|\vec{a}|=|\vec{b}|$$

$$\sqrt{۹+۱۶+(m+۲)^۲}=\sqrt{۱+(۲m+۱)^۲+۰}$$

$$۲۵+m^۲+۴m+۴=۲+۴m^۲+۴m$$

$$۳m^۲=۲۷$$

$$m^۲=۹\rightarrow m=\pm۳\xrightarrow{m>۰}m=۳$$

$$\xrightarrow{m=۳}\vec{a}=(۳,۴,۵)\vec{b}=(-۱,۷,۰)$$

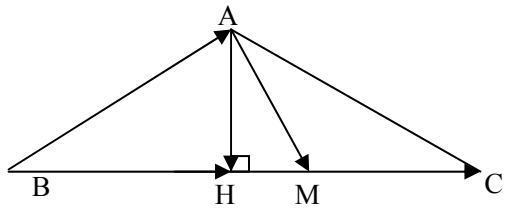
$$\vec{c}=(\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^۲})\ \vec{b}=(\frac{-۳+۲۸}{۵۰})\vec{b}$$

$$\vec{c}=\frac{۱}{۲}\vec{b}=(-\frac{۱}{۲},\frac{۷}{۲},۰)=(x,y,z)$$

$$x+y+z=\frac{-۱}{۲}+\frac{۷}{۲}+۰=۳$$

(هندسه (۳)؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۸. گزینه ۳ درست است.



$$\overrightarrow{BC}=(۱,-۲,۰)$$

$$\overrightarrow{BA}=(۱,-۱,-۱)$$

$$M=(\frac{۱}{۲},۱,۱)$$

$$\overrightarrow{BH}=(\frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|^۲})\overrightarrow{BC}=\frac{۱+۲}{(\sqrt{۵})^۲}(۱,-۲,۰)$$

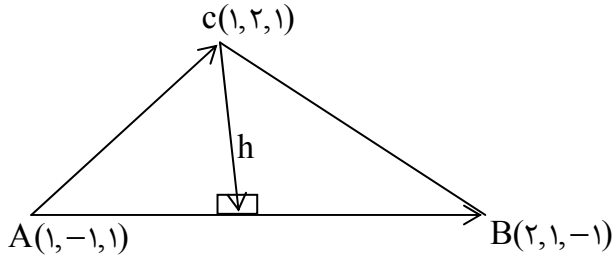
$$\overrightarrow{BH}=(\frac{۳}{۵},\frac{-۶}{۵},۰)$$

$$\overrightarrow{BM}=(\frac{۱}{۲},-۱,۰)$$

$$\overrightarrow{AH}-\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MH}=\overrightarrow{BH}-\overrightarrow{BM}=(\frac{۱}{۱۰},-\frac{۱}{۵},۰)$$

(هندسه (۳)؛ سطح دشواری: دشوار)

۱۹. گزینه ۳ درست است.



$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ ۱ & ۲ & -۲ \\ ۰ & ۳ & ۰ \end{vmatrix}=(۶,۰,۳)$$

$$|\overrightarrow{AB}|=۳$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{۱}{۲}|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|=\frac{۱}{۲}\sqrt{۳۶+۹}=\frac{۳\sqrt{۵}}{۲}=\frac{۱}{۲}|\underbrace{\overrightarrow{AB}}_{۳}|\,h\Rightarrow h=\sqrt{۵}$$

(هندسه (۳)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۰. گزینه ۲ درست است.

$$\text{حجم} = |۲\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})| = ۱۲ \Rightarrow |\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})| = ۶$$

$$\text{حجم متوازی السطوح} = |(\vec{a}+\vec{b}).\left[(\vec{a}+\vec{c})\times(\vec{b}+\vec{c})\right]| =$$

$$= |(\vec{a}+\vec{b}).(\vec{a}\times\vec{b}+\vec{a}\times\vec{c}+\vec{c}\times\vec{b})| =$$

$$= |\vec{a}.(\vec{c}\times\vec{b})+\vec{b}.(\vec{a}\times\vec{c})| = ۲|\underbrace{\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})}_{۶}| = ۱۲$$

(هندسه (۳)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۱. گزینه ۱ درست است.

$$|\vec{a}+\vec{d}|^۲ - |\vec{a}-\vec{d}|^۲ = ۴\vec{a}.\vec{d}$$

$$۹-۲۵ = ۴\vec{a}.\vec{d} = -۱۶ \Rightarrow \boxed{\vec{a}.\vec{d} = -۴}$$

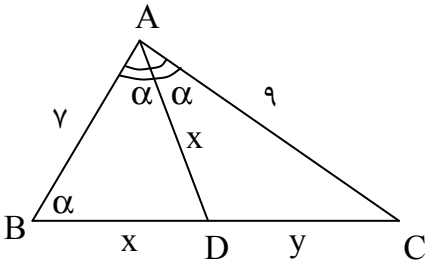
$$(\vec{a}+\vec{b}).(\vec{c}+\vec{d}) = \vec{a}.\vec{c}+\vec{a}.\vec{d}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{d}$$

$$\Downarrow$$

$$\underbrace{-۱+۲+۲}_{۳} = \vec{a}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{d}-۴ \Rightarrow \vec{a}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{b}.\vec{d} = ۷$$

(هندسه (۳)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۲. گزینه ۱ درست است.



$$AD = BD$$

$$\frac{x}{y} = \frac{۷}{۹}, x^۲ = ۷\times۹ - xy$$

$$x = ۷k, y = ۹k \Rightarrow ۴۹k^۲ = ۶۳ - ۶۳k^۲$$

$$۱۱۲k^۲ = ۶۳ \Rightarrow k^۲ = \frac{۹}{۱۶} \Rightarrow k = \frac{۳}{۴} \Rightarrow x = AD = ۷k = \frac{۲۱}{۴}$$

(هندسه (۲)؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۳. گزینه ۴ درست است.

$$d = \frac{۲۴۰}{۲۰} = ۱۲ \qquad a_{۱۰} = a_۱ + ۹d \Rightarrow a_۱ + (۹\times۱۲) = ۱۱۵$$

$$\Rightarrow a_۱ = ۱۱۵ - ۱۰۸ = ۷ \Rightarrow a_۳ = a_۱ + ۲d = ۷ + (۲\times۱۲) = ۷ + ۲۴ = ۳۱$$

(آمار و احتمال؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۴. گزینه ۴ درست است.

$$\sigma^۲ = ۶/۲۵ \Rightarrow \sigma = ۲/۵ \Rightarrow \frac{۲/۵}{\sqrt{۴۰۰}} = \frac{۲/۵}{۲۰} = ۰/۱۲۵$$

(آمار و احتمال؛ سطح دشواری: آسان)

۲۵. گزینه ۲ درست است.

$$\bar{x}=\frac{۱۰+۲۰+۳۰+۳۰+۴۰+۵۰}{۶}=۳۰$$

$$\sigma^۲=\frac{(۱۰-۳۰)^۲+(۲۰-۳۰)^۲+(۳۰-۳۰)^۲+(۳۰-۳۰)^۲+(۴۰-۳۰)^۲+(۵۰-۳۰)^۲}{۶}=\frac{۴۰۰+۱۰۰+۱۰۰+۴۰۰}{۶}$$

$$=\frac{۱۰۰۰}{۶}\Rightarrow\sigma=\frac{۱۰\sqrt{۱۰}}{\sqrt{۶}}$$

$$\text{بازهٔ اطمینان ۹۵٪ میانگین}=\left[\bar{x}-\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}},\bar{x}+\frac{۲\sigma}{\sqrt{n}}\right]=\left[۳۰-\frac{۲۰\sqrt{۱۰}}{\sqrt{۶}},۳۰+\frac{۲۰\sqrt{۱۰}}{\sqrt{۶}}\right]$$

$$=\left[۳۰-\frac{۲۰\times۳/۱۵}{۶},۳۰+\frac{۲۰\times۳/۱۵}{۶}\right]=\left[۳۰-۱۰/۵,۳۰+۱۰/۵\right]$$

$$=\left[۱۹/۵,۴۰/۵\right]$$

(آمار و احتمال؛ سطح دشواری: دشوار)

۲۶. گزینه ۱ درست است.

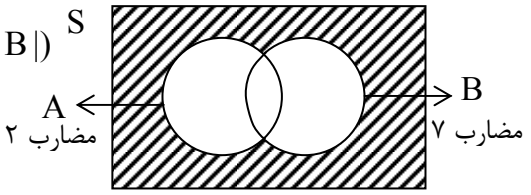
عددی نسبت به ۲۸ اول است که نه مضرب ۲ باشد و نه مضرب ۷ $\Rightarrow ۲۸=۲^۲\times۷$

$$S=\{۱,۲,۳,...,۲۰۰\}$$

$$|(A\cup B)'|=|S|-|A\cup B|=|S|-(|A|+|B|-|A\cap B|)$$

$$=۲۰۰-\left(\left[\frac{۲۰۰}{۲}\right]+\left[\frac{۲۰۰}{۷}\right]-\left[\frac{۲۰۰}{۱۴}\right]\right)$$

$$۲۰۰-(۱۰۰+۲۸-۱۴)=۲۰۰-۱۱۴=۸۶$$



(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۷. گزینه ۳ درست است.

S: کل دانش‌آموزان A: برق B: کامپیوتر C: مکانیک

$$|S|=۳۰\quad|A|=۱۶\quad|B|=۱۳\quad|C|=۱۲\quad|A\cap B|=۶\quad|A\cap C|=۷$$

$$|B\cap C|=۵\quad|(A\cup B\cup C)'|=۵$$

$$\Rightarrow|A\cup B\cup C|=۳۰-۵=۲۵$$

$$\Rightarrow ۱۶+۱۳+۱۲-۶-۷-۵+|A\cap B\cap C|=۲۵\Rightarrow|A\cap B\cap C|=۲$$

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۸. گزینه ۳ درست است.

هدف مسئله یافتن تعداد توابع یک به یک از مجموعهٔ A به مجموعهٔ B است:

$$\text{تعداد توابع یک به یک}=\binom{۶}{۳}\times۳!=\frac{۶!}{۳!۳!}\times۳!=\frac{۶!}{۳!}=\frac{۷۲۰}{۶}=۱۲۰$$

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: متوسط)

۲۹. گزینه ۳ درست است.

اگر دقیقاً ۴ جعبه خالی باشد. پس باید ۴ مهره را در ۳ جعبهٔ دیگر قرار دهیم به‌طوری که در هر کدام از این ۳ جعبه حداقل یک مهره باشد؛ بنابراین باید ابتدا ۳ جعبه انتخاب کنیم و سپس تعداد توابع پوشا از مجموعهٔ ۴ عضوی مهره‌ها به مجموعهٔ ۳ عضوی این جعبه‌ها را حساب کنیم:

$$\binom{۷}{۳}\times(۳^۴-۳\times۲^۴+۳)=۳۵\times۳۶=۱۲۶۰$$

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۰. گزینه ۱ درست است.

دو عدد به پیمانهٔ ۱۱ همنهشت هستند هرگاه در تقسیم بر ۱۱ باقی‌مانده‌های یکسان داشته باشند، در تقسیم بر ۱۱، تعداد باقی‌مانده‌های مختلف برابر ۱۱ است. بنابراین براساس اصل لانهٔ کبوتر خواهیم داشت:

$$۳-۱=۲ \Rightarrow \text{حداقل تعداد کبوترها} = (۱۱\times۲)+۱=۲۲+۱=۲۳$$

(ریاضیات گسسته؛ سطح دشواری: متوسط)

فیزیک

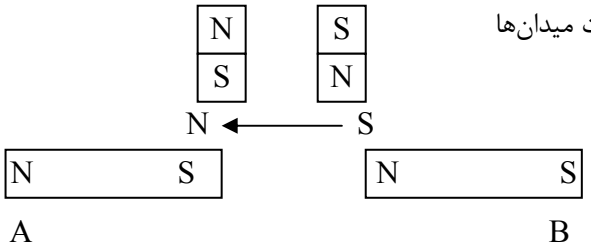
۳۱. گزینه ۳ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

ب) براساس رسم شکل در ناحیه مشخص شده با توجه به اینکه جهت میدان‌ها یکسان نیست، میدان غیر یکنواخت است

پ) با توجه به وضعیت قرارگیری عقربه مغناطیسی قطب بار A و B به‌ترتیب از راست به‌چپ Nو S است.

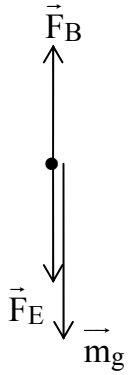
عبارت‌های «الف» و «ت» هر دو درست می‌باشد.



(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۲. گزینه ۳ درست است.

گام اول: با توجه به علامت پتانسیل الکتریکی صفحهٔ رسانا می‌توان دریافت میدان الکتریکی بین دو صفحه به طرف پایین است.



گام دوم: چون بار q مثبت است، نیروی الکتریکی وارد بر بار در جهت میدان E و به طرف پایین است. پس بر ذره نیروهای $\vec{F}_E, \vec{mg}$ به طرف پایین وارد می‌شود.

گام سوم: برای اینکه ذره در مسیر مستقیم حرکت کند، باید شتاب ذره صفر باشد و نتیجه می‌گیریم که نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باید به طرف بالا باشد تا نیروهای F_E و mg را خنثی کند و برآیند نیروهای وارد بر ذره صفر شوند؛ یعنی باید رابطه زیر برقرار باشد:

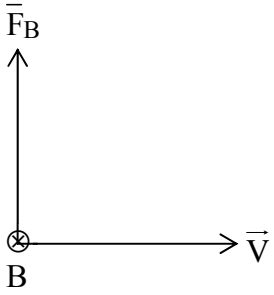
$$F_E+mg-F_B=۰$$

گام چهارم: با جایگذاری $F_E = q_E$ و $E = \frac{\Delta V}{d}$ و $F_B = qvB\sin\theta$ می‌توان نوشت:

$$q\frac{\Delta V}{d} + mg = qVB\sin\theta \xrightarrow{\sin\theta=1} ۱۰^{-۲}\times۱۰^{-۳}\times\frac{۲۰۰}{۰/۱} + ۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰ = ۱۰^{-۲}\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{۴}\times B$$

$$\rightarrow ۰/۰۲ + ۰/۰۴ = ۰/۱B \rightarrow B = ۰/۶T$$

گام پنجم: بنابر قاعدهٔ دست راست، میدان مغناطیسی باید درون‌سو باشد.



(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۳. گزینه ۲ درست است.

سیم رسانا در حالت تعادل است، پس برآیند نیروهای وارد بر سیم برابر صفر است. نیروی وزن به‌سمت پایین است، پس نیروی مغناطیسی باید به‌طرف بالا باشد و طبق قانون دست راست، جریان سیم به‌سمت چپ است.

حال داریم:

$$mg = F_B \Rightarrow mg = BIL\sin\alpha$$

$$\Rightarrow m\times۱۰ = ۱۰\times۳/۶\times۱۰۰\times۱۰^{-۲} \Rightarrow m = ۳/۶kg$$

حال طبق رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{V=AL} \rho = \frac{m}{AL} \Rightarrow \rho = \frac{۳/۶}{۴\times۱۰^{-۴}\times۱۰۰\times۱۰^{-۲}}$$

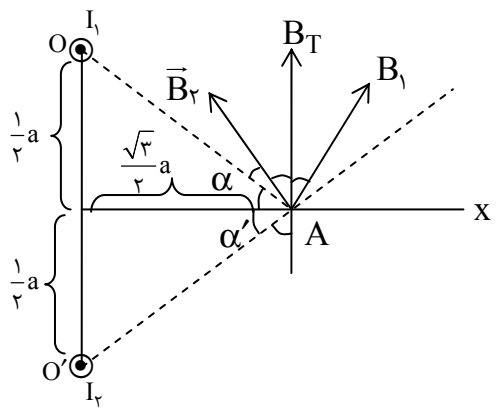
$$\Rightarrow \rho = ۹۰۰۰\frac{kg}{m^۳} \rightarrow \rho = ۹\frac{g}{cm^۳}$$

(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح‌دشواری: متوسط)

۳۴. گزینه ۱ درست است.

گام (۱): با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی هریک از سیم را در نقطه A تعیین می‌کنیم.

$$\tan\alpha = \frac{\frac{۱}{۲}a}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}a} = \frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \alpha = ۳۰^\circ$$



با توجه به یکسان بودن اندازه شدت جریان‌های دو سیم و همچنین فاصله نقطه A از هر دو سیم می‌توان نوشت:

$\alpha = \alpha'$

$\alpha + \alpha' = ۶۰$

$\theta = ۹۰ - ۶۰ = ۳۰^\circ$

$۹۰ - ۳۰ = ۶۰^\circ$

زاویه بین دو میدان:

بردار $\vec{B}_۱$ بر خط OA عمود است $\Leftarrow$ بردار $\vec{B}_۲$ بر خط $O'A$ عمود است.

گام (۲): جهت B_T مطابق رسم شکل به‌سمت بالا خواهد بود.

(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۵. گزینه ۳ درست است.

ابتدا میدان مغناطیسی حاصل پیچه بزرگ‌تر را در مرکز آن محاسبه می‌کنیم:

$$B = \frac{\mu_۰}{۲} \times \frac{I}{r} \times N \Rightarrow B_۱ = ۶ \times ۱۰^{-۷} \times \frac{۴}{۶ \times ۱۰^{-۲}} \times ۱۰^{۲}$$

$$\Rightarrow B_۱ = ۴ \times ۱۰^{-۳}\ T = ۴۰\ G$$

برای آنکه میدان مغناطیسی خالص حاصل از دو پیچه برابر $۱۰\ G$ باشد، باید میدان مغناطیسی حاصل از پیچه کوچک‌تر در خلاف جهت میدان مغناطیسی حاصل از پیچه بزرگ‌تر بوده و مقدار آن $۳۰\ G$ یا $۵۰\ G$ باشد.

طبق فرض تست، حداکثر آن را بررسی می‌کنیم:

$$B = \frac{\mu_۰}{۲} \times \frac{I}{r} \times N \Rightarrow I_۲ = \frac{۲B \times r}{\mu_۰ \times N}$$

$$\Rightarrow I_۲ = \frac{۲ \times ۵۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۳ \times ۱۰^{-۲}}{۱۲ \times ۱۰^{-۷} \times ۱۰^{۲}} = \frac{۲ \times ۵ \times ۳}{۱۲} = ۲/۵A$$

(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط

۳۶. گزینه ۲ درست است.

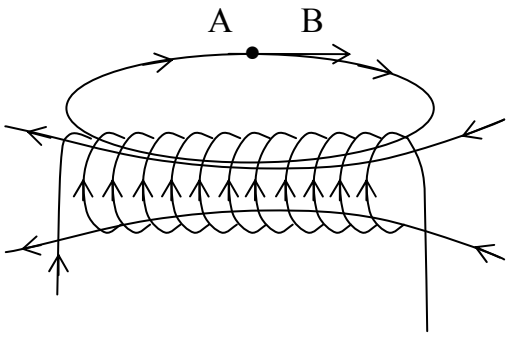
گام اول: جریان گذرنده از سیملوله را حساب می‌کنیم چون سیملوله آرمانی است، فاصله بین حلقه‌های آن ناچیز و مقاومت سیملوله را نیز صفر در نظر می‌گیریم و می‌توان نوشت :

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} = \frac{۲۴}{۱۰ + ۲} = ۲A$$

گام دوم: با استفاده از رابطه $B = \mu_۰ \frac{I}{d}$ میدان مغناطیسی در وسط سیملوله را حساب می‌کنیم:

$$B = ۱۲ \times ۱۰^{-۷} \times \frac{۲}{۰/۵ \times ۱۰^{-۳}} \rightarrow B = ۴۸ \times ۱۰^{-۴}\ T \rightarrow B = ۴۸ \times ۱۰^{-۴} \times ۱۰^{۴} = ۴۸G$$

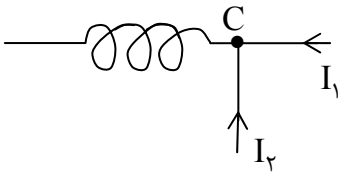
گام سوم: با استفاده از قاعدهٔ دست راست و با توجه به جهت جریان سیملوله می‌توان نتیجه گرفت میدان مغناطیسی درون سیملوله به‌طرف چپ و در نقطه A به‌طرف راست است.



(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط

۳۷. گزینه ۲ درست است.

گام ۱: در مکان C قانون انشعاب (جمع جبری جریان‌ها در یک گره صفر است.) را می‌نویسیم تا جریان گذرنده از سیملوله پیدا شود.



$$I_3 = I_1 + I_2 = 4 + 6 = 10\,A$$

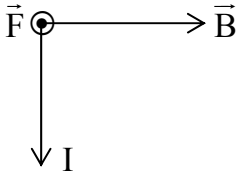
گام ۲: میدان مغناطیسی یکنواخت درون سیملوله را به‌دست می‌آوریم:

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I \xrightarrow[\ell = 1\times10^{-2}\,m]{N=2,\ I=10A} B = 12\times10^{-7}\times200\times10 = 24\times10^{-4}\ T$$

گام ۳: رابطه نیروی وارد بر سیم در یک میدان مغناطیسی را نوشته و اندازه جریان را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} F = BIL\sin\theta \\ L = 2\times5\times10^{-2} = 0/1\,m \end{cases} \Rightarrow 36\times10^{-4} = 24\times10^{-4}\times I\times10^{-1} \Rightarrow I = 15A$$

گام ۴: با توجه به قانون دست راست جهت جریان را تعیین می‌کنیم.



(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۸. گزینه ۱ درست است.

الف) نادرست است؛ زیرا هسته سیموله‌ها از مواد فرومغناطیسی نرم ساخته می‌شود تا با قطع جریان سیملوله خاصیت مغناطیسی هسته سیملوله از بین برود.

ب) نادرست است؛ زیرا فولاد و آلیاژهای نیکل و کبالت و آهن از نوع مواد فرومغناطیسی سخت هستند.

پ) نادرست است؛ زیرا مواد پارامغناطیس دو قطبی مغناطیسی دارند، ولی حوزه مغناطیسی ندارند.

ت) درست است.

(فیزیک (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۹. گزینه ۲ درست است.

در محاسبه شار مغناطیسی، تنها مؤلفه‌ای از میدان مغناطیسی که بر صفحه عمود است اهمیت دارد؛ یعنی مؤلفه x از طرفی توجه کنید تعداد دورهای پیچه در محاسبه شار مغناطیسی اهمیتی ندارد.

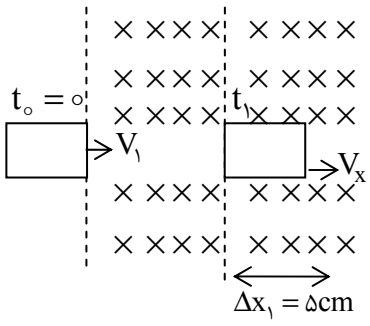
$$\phi = B.A.\cos\alpha \qquad \Rightarrow \phi = B_x.A.\cos0$$

$$\phi = 8\times20\times10^{-4}\times1 \qquad \Rightarrow \phi = 16\times10^{-3}\ wb$$

$$\Rightarrow \phi = 16\,mwb$$

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۰. گزینه ۴ درست است.



گام ۱: از لحظه $t = 0$، لحظه ورود قاب به میدان تا لحظه t_1 که قاب به‌طور کامل درون میدان قرار می‌گیرد، شار مغناطیسی افزایش می‌یابد و در این بازه زمانی جابه‌جایی قاب $\Delta x_1 = 5cm$ است. بنابراین برای محاسبه t_1 می‌توان نوشت:

$$v = \frac{x_1 - x_0}{t_1 - t_0} \Rightarrow t_1 = \frac{\Delta x_1}{v} = \frac{0/05}{2} \Rightarrow$$

$$t_1 = 0/025s = 25ms$$

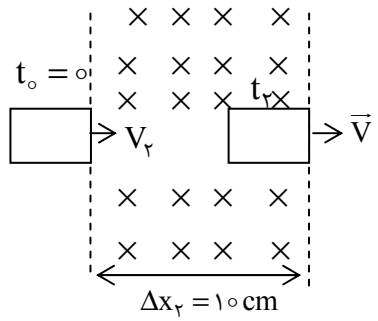
www.sanjeshserv.ir
کانال‌های ارتباطی: @sanjesheducationgroup @sanjeshserv

گام ۲: پس از لحظه t_1 تا لحظه‌ای که ابتدای قاب می‌خواهد از میدان خارج شود، لحظه t_2 تمام مساحت قاب درون میدان است و شار عبوری از آن ثابت و بیشینه است. با توجه به شکل، در بازه زمانی $(t_0 - t_2)$ حلقه به اندازه $\Delta x_2 = 10\,cm$ جابه‌جا خواهد شد؛ بنابراین t_2 را می‌توان به‌دست آورد:

$$V = \frac{\Delta x_2}{t_2 - t_0} \Rightarrow t_2 = \frac{\Delta x_2}{V} \xrightarrow[V=2\frac{m}{s}]{\Delta x_2 = 0/1} t_2 = 0/05s = 50\,ms$$

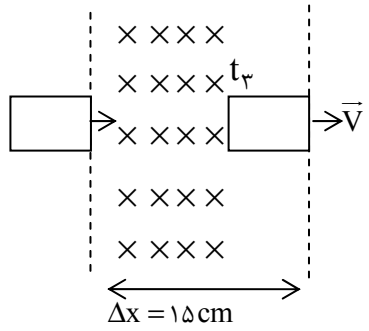
شار عبوری از قاب در این بازه زمانی را به‌دست می‌آوریم:

$$\phi max = BA\cos\theta \xrightarrow[A=10\,cm^2]{B=x.2T} \phi max = 0/02\times10\times10^{-4}\times1 = 2\times10^{-5}\ wb = 20\,mwb$$



گام ۳: پس از لحظه t_2، قاب شروع به خارج شدن از میدان می‌کند و در لحظه t_3 به‌طور کامل از میدان خارج می‌شود. در این بازه زمانی شار عبوری از حلقه کاهش می‌یابد تا به صفر برسند.

t_3 را محاسبه می‌کنیم:



$$t_3 = \frac{\Delta x_3}{v} = \frac{0/15}{2} = 0/075s = 75ms$$

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۱. گزینه ۴ درست است.

گام اول: جهت جریان در حلقه (۳) ساعتگرد است و جهت میدان مغناطیسی (B) این حلقه در بخش درون حلقه برون‌سو و بیرون آن درون‌سو است.

گام دوم: همزمان با کاهش مقاومت R'، جریان حلقه (۳) و در نتیجه میدان مغناطیسی حلقه (B) افزایش می‌یابد و بنابر قاعدهٔ لنز، میدان القایی در حلقه (۱)، مخالف میدان B و درون‌سو خواهد بود و بنابر قاعدهٔ دست راست، جریان حلقه (۱) باید مخالف جریان حلقه (۳) و به‌صورت پادساعتگرد باشد.

گام دوم: برای تعیین جهت جریان القایی حلقه (۲) نیز می‌توان مطابق استدلال برای حلقه (۱) به این نتیجه رسید که جریان این حلقه نیز پادساعتگرد است.

گام سوم: با مقاومت هر دو حلقه یکسان است. اما به‌دلیل اینکه شار مغناطیسی گذرنده از حلقه (۲) بیشتر از حلقه (۱) است و تغییر شار همزمان انجام می‌شود؛ بنابراین تغییر مغناطیسی گذرنده از حلقه (۲) نیز بیشتر از حلقه (۱) خواهد شد: پس بنابر رابطه $I = \frac{N}{R}\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$، داریم:

$$\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{\frac{۱}{R}}{\frac{۱}{R}}\times\frac{\frac{\Delta\phi_۲}{\Delta t}}{\frac{\Delta\phi}{\Delta t}}=\frac{\Delta\phi_۲}{\Delta\phi_۱}>۱\rightarrow I_۲>I_۱$$

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۲. گزینه ۴ درست است.

جهت $I_۱$ از نقطه B به‌سمت A است؛ پس:

$$V_B-I_۱R_۱-\varepsilon_۱=V_A\rightarrow V_B-V_A=\varepsilon_۱+IR_۱$$
$$\rightarrow ۴۰=۱۲+۴I_۱\rightarrow ۴I_۱=۲۸\rightarrow I_۱=۷A$$

جهت $I_۲$ از نقطه A به C فرض می‌شود؛ پس:

$$V_C+\varepsilon_۲+I_۲R_۲=V_A\rightarrow V_C+۲+۲I_۲=V_A$$
$$\rightarrow V_C-V_A=-۲I_۲-۲\rightarrow -۸=-۲I_۲-۲\rightarrow I_۲=۳A$$

حال در گره A داریم:

$$I_۱=I_۲+I_۳\rightarrow V=۳+I_۳\rightarrow I_۳=۴A$$

حال با توجه به انرژی القاگر داریم:

$$U=\frac{۱}{۲}LI^۲\rightarrow ۰/۰۸=\frac{۱}{۲}L\times ۴^۲\rightarrow ۸\times ۱۰^{-۲}=۸L$$
$$\rightarrow L=۱۰^{-۲}\,H=۱۰\,mH$$

(فیزیک (۲) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۳. گزینه ۳ درست است.

معادله شار مغناطیسی دارای ضریب $\cos\theta$ و معادلهٔ نیروی محرکه القایی دارای ضریب $\sin\theta$ است. این نشان می‌دهد که در شرایط نشان داده‌شده در شکل که قاب به موازات میدان مغناطیسی آهنربا بوده و شار مغناطیسی عبوری از قاب صفر است، نیروی محرکه القایی حداکثر می‌باشد.

در حالت اولیه: $\varepsilon=\varepsilon_{max}.\sin\theta=\varepsilon_{max}$

$\phi=\phi_{max}.\cos\theta=۰$

در حالت دوم نیروی محرکه ۲۰٪ کاهش یافته و به ۸۰٪ مقدار حداکثر اولیه می‌رسد که نشان می‌دهد $\sin\theta=۰/۸$ است.

در حالت جدید: $\varepsilon=\varepsilon_{max}.\sin\theta=۰/۸\varepsilon_{max}$

$$\rightarrow \sin\theta=۰/۸\rightarrow\cos\theta=۰/۶$$

$$\varphi=\varphi_{max}.\cos\theta=\phi_{max}\times ۰/۶$$

یعنی در این شرایط شار مغناطیسی ۰/۶ حداکثر آن است.

(فیزیک (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۴. گزینه ۲ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست است؛ زیرا افزایش شدت نور فرودی سبب می‌شود تعداد فوتوالکترون‌ها افزایش یابند؛ اما انرژی فوتوالکترون‌ها ثابت می‌ماند.

ب) درست است. با کاهش بسامد و به عبارت دیگر افزایش طول موج نور فرودی و رسیدن به بسامد آستانه (یا طول موج آستانه) و بعد از آن، پدیده فوتوالکتریک رخ نمی‌دهد.

پ) درست است. بنابر نظریه انیشتین هر فوتون می‌تواند یک فوتوالکترون آزاد کند.

ت) نادرست است؛ زیرا بخشی از انرژی فوتون صرف جدا کردن الکترون از قید هسته می‌شود و بقیه انرژی فوتون به انرژی جنبشی فوتوالکترون تبدیل می‌شود.

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۵. گزینه ۴ درست است.

می‌دانیم برای آنکه بتوانیم از سطح فلزی، فوتوالکترون جدا کنیم، باید طول موج نور فرودی کمتر از طول موج آستانه باشد.
پس با توجه به رابطه $hf = W_\circ$ داریم:

$$hf = W_\circ \rightarrow h\frac{C}{\lambda_\circ} = W_\circ$$

$$\Rightarrow \frac{۴\times۱\circ^{-۱۵}\times۳\times۱\circ^{۸}}{\lambda_\circ} = ۱۶ \Rightarrow \lambda_\circ = ۷/۵\times۱\circ^{-۸}\ m$$

پس در طول موج‌های کوچک‌تر از $۷/۵\times۱\circ^{-۸}$ می‌توانیم فوتوالکترون از سطح فلز جدا کنیم.

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۶. گزینه ۲ درست است.

با استفاده از رابطه $K_{max} = h(f - f_\circ)$ می‌توان نوشت:

$$\text{فلز A} \begin{cases} \circ/۵ = h(f_۱ - f_{\circ A}) \\ ۴ = h(۲f_۱ - f_{\circ A}) \end{cases} \Rightarrow \frac{\circ/۵}{۴} = \frac{f_۱ - f_{\circ A}}{۲f_۱ - f_{\circ A}} \Rightarrow f_{\circ A} = \frac{۶}{۷}f_۱$$

$$\text{فلز B} \begin{cases} ۲/۵ = h(f_۱ - f_{\circ B}) \\ ۶ = h(۲f_۱ - f_{\circ B}) \end{cases} \Rightarrow \frac{۲/۵}{۶} = \frac{f_۱ - f_{\circ B}}{۲f_۱ - f_{\circ B}} \Rightarrow f_{\circ B} = \frac{۲}{۷}f_۱$$

$$\frac{\lambda_{\circ A}}{\lambda_\circ B} = \frac{f_{\circ B}}{f_{\circ A}} = \frac{\frac{۲}{۷}}{\frac{۶}{۷}} = \frac{۱}{۳}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۷. گزینه ۱ درست است.

از رابطه پلانک و بازده استفاده و تعداد فوتون‌ها را حساب می‌کنیم:

$$Ra.p.t = nh\frac{c}{\lambda} \rightarrow n = \frac{Ra.p.t.\lambda}{hc} = \frac{\circ/۲\times۲\circ\times۳۳\times۶\circ\circ\times۱\circ^{-۹}}{۶/۶\times۱\circ^{-۳۴}\times۳\times۱\circ^{۸}}$$

$$n = \frac{۴\times۶\circ\circ\times۱\circ^{-۹}}{۲\times۱\circ^{-۳۵}\times۳\times۱\circ^{۸}} = ۴\times۱\circ^{۲\circ}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۸. گزینه ۳ درست است.

مطابق شکل کتاب درسی رشتهٔ بالمر دارای ۴ خط مرئی بوده و بقیه فوتون‌های گسیلی در محدوده فرابنفش و غیرمرئی هستند.

$$n' = ۲, n = ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, \ldots$$

↳ پرانرژی‌ترین فوتون مرئی ↓

کم انرژی‌ترین فوتون فرابنفش (غیرمرئی)

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow f=\frac{C}{\lambda}=CR(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})$$

$$\left.\begin{array}{l} f_{min}\text{غیرمرئی}=۳\times۱۰^{۱۵}(\frac{۱}{۳^{۲}}-\frac{۱}{۷^{۲}}) \\ f_{max}\text{مرئی}=۳\times۱۰^{۱۵}(\frac{۱}{۳^{۲}}-\frac{۱}{۶^{۲}}) \end{array}\right\}\Rightarrow$$

$$\Delta f=۳\times۱۰^{۱۵}(\frac{۱}{۳۶}-\frac{۱}{۴۹})=۳\times۱۰^{۱۵}\times\frac{۱۳}{۳۶\times۴۹}$$

$$\Rightarrow\Delta f=\frac{۱۳}{۵۸۸}\times۱۰^{۱۵}\ Hz=\frac{۱۳}{۵۸۸}\times۱۰^{۶}\ GHz$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۹. گزینه ۱ درست است.

با توجه به رابطه $E_U-E_L=hf=\frac{hc}{\lambda}$، بلندترین طول موج تابشی مربوط به حالتی است که (E_U-E_L) کم‌ترین مقدار را داشته باشد و این حالت برای گذار $n=\infty$ به $n'=۳$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} E_\infty-E_۳=\frac{hc}{\lambda}(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})\Rightarrow(۰-(-۱/۵۱))=\frac{۱۲۴۰}{\lambda}(\frac{۱}{۹}) \\ E_۳=-۱/۵۱eV, E_\infty=۰ \end{cases}$$

$$\lambda=\frac{۱۲۴۰}{۹\times۱/۵۱}\cong۹۱/۱nm$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۰. گزینه ۳ درست است.

با توجه به معادله ریدبرگ داریم:

$$\frac{۱}{\lambda}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{n^{۲}})$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{\lambda_{min}}=R(\frac{۱}{n'^{۲}}-\frac{۱}{\infty^{۲}})\Rightarrow\lambda_{min}=\frac{n'^{۲}}{R}(I)$$

$$\Rightarrow\lambda_{min}=۱۰۰n'^{۲}$$

$$(\lambda_{min})_۲-(\lambda_{min})_۱=۵۰۰$$

$$\xrightarrow{(I)}۵۰۰=۱۰۰(n_۲'^{۲}-n_۱'^{۲})$$

$$\rightarrow۵۰۰=۱۰۰((n_۱'+۱)^{۲}-n_۱'^{۲})$$

اگر $n'=۲$ (رشته بالمر) باشد، پس $n'+۱=۳$ (پاشن) است.

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۱. گزینه ۳ درست است.

گام اول: از رابطه شعاع مدار nاُم هیدروژن یعنی $r_n=a_۰n^{۲}$ می‌توان برای چند مدار نوشت:

$$r_۱=a_۰, r_۲=۴a_۰, r_۳=۹a_۰, r_۴=۱۶a_۰, r_۵=۲۵a_۰,...$$

ملاحظه می‌شود که اختلاف شعاع‌های مدار $n=۴$ با مدار $n=۲$ یعنی $۱۶a_۰-۴a_۰=۱۲a_۰$، ۱۲ برابر شعاع مدار اول است. پس این دو حالت برانگیخته مربوط به $n=۴$ و $n=۲$ است.

گام دوم: حداکثر طول موج نور جذب‌شده توسط الکترون را می‌توان از رابطه ریدبرگ حساب کرد:

$$\frac{۱}{\lambda}=۱۰^{-۲}\left(\frac{۱}{۲^۲}-\frac{۱}{۴^۲}\right)=۱۰^{-۲}\left(\frac{۴-۱}{۱۶}\right)\rightarrow\lambda=\frac{۱۶۰۰}{۳}\,nm$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵ ؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۲. گزینه ۳ درست است.

ابتدا به کمک انرژی الکترون، شماره تراز فعلی آن را مشخص می‌کنیم:

$$E=\frac{-۱۳/۶}{n^۲}=-۰/۸۵\Rightarrow n^۲=۱۶\rightarrow n=۴$$

کم انرژی‌ترین فوتون قابل گسیل در جهش الکترون از تراز ۴ به تراز ۳ محقق نشده و کم انرژی‌ترین فوتون قابل جذب موجب جهش الکترون از تراز ۴ به تراز ۵ می‌شود.

حداقل قابل گسیل $\Delta E=E_۴-E_۳=-۰/۸۵-\left(-\frac{۱۳/۶}{۹}\right)=۰/۶۶\,eV$

حداقل قابل جذب $\Delta E=E_۵-E_۴=\frac{-۱۳/۶}{۲۵}-(-۰/۸۵)\cong۰/۳\,eV$

برای محاسبه اختلاف بسامد این دو فوتون، اختلاف انرژی آن‌ها را برابر hf قرار می‌دهیم:

$$E=hf\quad\Rightarrow\quad(۰/۶۶-۰/۳)=۴\times۱۰^{-۱۵}\times\Delta f$$

$$\Delta f=\frac{۰/۳۶}{۴\times۱۰^{-۱۵}}=۰/۰۹\times۱۰^{۱۵}\,Hz=۹۰\,THz$$

(فیزیک (۳) - فصل ۵؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۳. گزینه ۱ درست است.

با نوشتن معادله واپاشی داریم:

$$^{۲۳۸}_{۹۲}X\rightarrow{}^{A}_{Z}Y+۳\,{}^{۴}_{۲}\alpha+۲\,{}^{۰}_{-۱}\beta^-$$

$$\begin{cases}۲۳۸=A+۱۲+(۲\times۰)\rightarrow A=۲۲۶\\ ۹۲=Z+۶-۲\rightarrow Z=۸۸\end{cases}$$

حال تعداد نوترون را به‌دست می‌آوریم:

$$N=A-Z\rightarrow N=۲۲۶-۸۸=۱۳۸$$

(فیزیک (۳) - فصل ۶؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۴. گزینه ۱ درست است.

اگر جرم باقی‌مانده A به اندازهٔ ۴ مرتبهٔ دیگر نصف شود، با جرم فعلی B برابر می‌شود که این نشان می‌دهد تعداد نیمه‌عمر سپری شده عنصر A به همین تعداد کمتر است.

$$۴۸g\rightarrow۲۴g\rightarrow۱۲g\rightarrow۶g\rightarrow۳g$$

$$\Rightarrow n_B-n_A=۴$$

(فیزیک (۲) - فصل ۶ ؛سطح دشواری: متوسط)

۵۵. گزینه ۲ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف»: در واکنش گداخت هسته‌ای جرم هسته تولیدشده، کمتر از مجموع جرم هسته‌های اولیه است.

ولی مقدار زیادی انرژی آزاد می‌شود؛ بنابراین عبارت نادرست است.

عبارت «ب»: واکنش گداخت هسته‌ای در مرکز ستارگان در دما و فشار بالا رخ می‌دهد نه در سطح ستارگان؛ بنابراین، این

عبارت نادرست است.
عبارت‌های «پ» و «ت» هر دو درست هستند.
در نتیجه گزینه (۲) یعنی در مجموع دو عبارت نادرست هستند.
(فیزیک (۳) - فصل ۶؛ سطح دشواری: متوسط)

شیمی

۵۶. گزینه ۴ درست است.

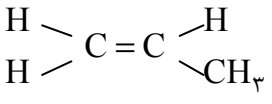
بررسی عبارت‌ها:
عبارت‌های «الف»، «ب»، «ت» و «ث» درست هستند.
عبارت «پ» نادرست است؛ زیرا گلوکز سازنده مولکول‌های نشاسته و سلولز است. به‌دلیل تفاوت در ساختار مولکول‌های نشاسته و سلولز، خواص آن‌ها متفاوت است.
(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

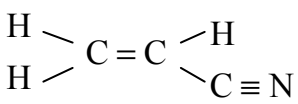
۵۷. گزینه ۴ درست است.

بررسی عبارت‌ها:
عبارت‌های «الف» و «ت» درست هستند.
عبارت «ب» نادرست است؛ زیرا از پنبه در تولید جلیقهٔ ضدگلوله استفاده نمی‌شود.
عبارت «پ» نادرست است؛ زیرا در زمان تشکیل سلولز از گلوکز، مونومرها از طریق اتصال پل‌های اکسیژنی (شبیه گروه اتر) به هم متصل می‌شوند.
(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۸. گزینه ۳ درست است.

بررسی مطالب:
۱) نادرست است؛ زیرا پلی پروپن مانند پلی وینیل کلرید زیست تخریب‌ناپذیر است.
۲) نادرست است؛ زیرا از واکنش اتن با هیدروژن‌کلرید، کلرواتان تولید می‌شود که در واکنش پلیمر شدن کاربرد ندارد.
۳) درست است. شمار پیوندهای کووالانسی در مولکول‌های پروپن و سیانو اتن برابر ۹ است.





۴) نادرست است؛ زیرا در پلیمر B_n، $3n$ جفت الکترون ناپیوندی در ساختار وجود دارد، اما در CCl_4 ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی در ساختار دیده می‌شود. با توجه به بزرگ بودن عدد n مطلب ارائه شده در گزینهٔ (۴) نادرست است.
(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۹. گزینه ۲ درست است.

بررسی عبارت‌ها:
الف) درست است. جرم مولی C_2F_4 به مانند ۳- اتیل پنتان (C_7H_{16}) برابر $100\,g\,mol^{-1}$ است.
ب) درست است. بر اثر بسپارش تترا فلوئورو اتن و تولید تفلون جرم مخلوط ثابت می‌ماند.
پ) درست است. تفلون در نخ دندان، نوار تفلون، کف اتو و ظروف نچسب کاربرد دارد.
ت) نادرست است؛ زیرا تفلون در حلال‌های آلی حل نمی‌شود.
ث) نادرست است؛ زیرا جرم مولی $C_2F_4(g)$ از $SO_2(g)$ بیشتر است، پس در دما فشار یکسان چگالی C_2F_4 از SO_2 بیشتر است.
(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۰. گزینه ۳ درست است.

بررسی مطالب:

۱) درست است. پلی اتن مناسب را توسط دستگاه با دمیدن هوا به ورقهٔ نازک پلاستیکی تبدیل می‌کنند.

۲) درست است. چگالی پلی اتن‌های سبک و سنگین از چگالی آب کمتر است.

۳) نادرست است؛ زیرا رابطهٔ دقیقی بین دما و مقدار n در پلیمر شدن وجود ندارد.

۴) درست است. استیرن در ساختار خود ۴ پیوند $C=C$ دارد، پس هر مول از آن می‌تواند با ۴ مول H_2 واکنش دهد و به ترکیب سیرشده تبدیل شود.

(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۱. گزینه ۲ درست است.

برای آنکه جرم مولی پلی اتن بیشینه باشد، باید نسبت مولی کاتالیزگر محتوی تیتانیم به کاتالیزگر محتوی آلومینیم ۱ به ۳ باشد.

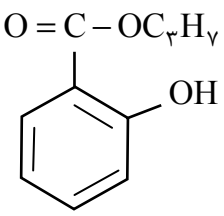
$$\frac{\text{مول کاتالیزگر A}}{\text{مول کاتالیزگر B}} = \frac{۳}{۱} = \frac{۱۱۴\times ۳}{۱۹۴} \cong ۱/۷۶$$

(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۲. گزینه ۱ درست است.

فرمول مولکولی سالیسیلیک اسید $C_7H_6O_3$ و فرمول مولکولی پروپیل سالیسیلات به‌صورت $C_{10}H_{12}O_3$ است.

$$\text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{۴۸}{۱۸۰}\times ۱۰۰ = ۲۶/۶$$



(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۳. گزینه ۲ درست است.

معادلهٔ سوختن کامل الکل‌ها به‌صورت زیر است:

$$C_nH_{2n+2}O + \frac{3n}{2}O_2 \rightarrow n\,CO_2 + (n+1)H_2O$$

$$۴۴/۴g \text{ الکل} \times \frac{۱mol \text{ الکل}}{(۱۴n+۱۸)g \text{ الکل}} \times \frac{(n+1)mol\,H_2O}{۱mol \text{ الکل}} \times \frac{۱۸gH_2O}{۱mol\,H_2O} = ۵۴g \Rightarrow n = ۴$$

پس الکل مورد نظر دارای فرمول مولکولی $C_4H_{10}O$ است که در آب محلول است و شمار اتم‌های هیدروژن آن با مجموع شمار اتم‌ها در استون (C_3H_6O) برابر است.

(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۴. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

الکل و کربوکسیلیک اسید سازندهٔ پنتیل اتانوات به‌ترتیب ۱- پنتانول و استیک اسید نام دارند.

۱) نادرست است؛ زیرا ۱- پنتانول در آب حل می‌شود، اما نه به هر نسبتی

۲) نادرست است؛ زیرا ۱- پنتانول الکلی قطبی است و بخش قطبی در آن بر بخش ناقطبی غلبه دارد.

۳) درست است. در CH_3COOH یک اتم هیدروژن از چهار اتم هیدروژن اسیدی است.

۴) نادرست است؛ زیرا استیک اسید به هر نسبتی در آب حل می‌شود و انحلال‌پذیری بیشتری نسبت به بوتانوییک اسید در آب دارد.

(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۵. گزینه ۳ درست است.

بررسی مطالب:

۱) درست است. ویتامین D ناقطبی و ویتامین C قطبی است.

۲) درست است. به‌دلیل پیوندهای $C=C$، این ویتامین می‌تواند با آب برم واکنش دهد.

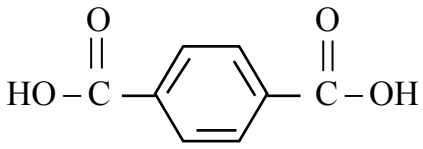
۳) نادرست است؛ زیرا فرمول مولکولی ویتامین D به‌صورت $C_{28}H_{46}O$ است.

۴) درست است. چهار اتم کربن در ساختار وجود دارد که چهار ظرفیت آن‌ها کامل است.

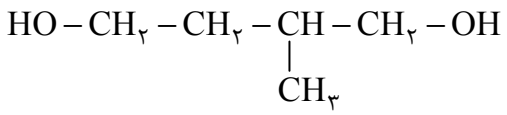
(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۶. گزینه ۴ درست است.

مونومرهای سازنده پلیمر داده‌شده به‌صورت زیر هستند:



جرم مولی $= ۱۶۶\,g\,mol^{-۱}$



جرم مولی $= ۱۰۴\,g\,mol^{-۱}$

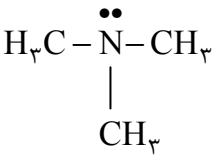
پس اختلاف جرم مولی آن‌ها برابر ۶۲ گرم است.

(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

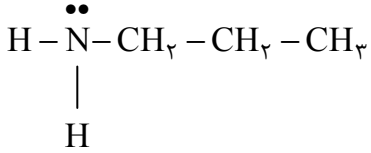
۶۷. گزینه ۱ درست است.

بررسی مطالب:

۱) درست است. فرمول مولکولی پروپیل آمین و تری‌متیل آمین به‌صورت $C_۳H_۹N$ است. بین مولکول‌های پروپیل آمین برخلاف تری‌متیل آمین پیوند هیدروژنی برقرار می‌شود.



تری متیل آمین



پروپیل آمین

۲) نادرست است؛ زیرا دی آمین و دی اسید سازنده کولار آروماتیک هستند.

۳) نادرست است؛ زیرا بوی بد ماهی ناشی از متیل آمین و دیگر آمین‌ها است.

۴) نادرست است؛ زیرا آمین‌ها از سه عنصر C، H و N و آمیدها از چهار نوع عنصر C، H، N و O تشکیل شده‌اند.

(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۸. گزینه ۳ درست است.

- پلی لاکتیک اسید، پلیمری زیست تخریب‌پذیر از خانوادهٔ پلی استر است.
- پروپیل استات و متیل بوتانوات دارای فرمول مولکولی $C_۵H_{۱۰}O_۲$ هستند.
- $FeCl_۳$ کاتالیزگر مناسب برای واکنش $C_۲H_۴ + Cl_۲ \rightarrow CHCl - CHCl$ است.

(شیمی (۲) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۹. گزینه ۴ درست است.

با توجه به کتاب درسی همهٔ موارد درست است.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: آسان)

۷۰. گزینه ۲ درست است.

بررسی گزینهٔ نادرست:

۲) یک واکنش برگشت‌ناپذیر که مادهٔ گازی داشته باشد، باید حتماً در ظرف دربسته و در شرایط ثابت از نظر دما و فشار باشد، تا به تعادل برسد.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۱. گزینه ۴ درست است.

بررسی موارد:

۱) سرعت واکنش هیچ ربطی به گرمادهی و گرماگیری واکنش ندارد و مقدار انرژی فعال‌سازی بر سرعت تأثیر دارد.

۲) یک فرآیند تعادلی خواص ماکروسکوپی ثابت است. و تغییری در آن وجود ندارد.

۳) ثابت تعادل میزان پیشرفت واکنش را نشان می‌دهد؛ ولی زمان یا سرعت در آن مطرح نمی‌شود.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۲. گزینه ۱ درست است.

با انتقال به ظرف بزرگ‌تر واکنش تعادلی به سمت مول گاز بیشتر جابه‌جا می‌شود و برای آنکه مقدار فرآورده کاهش یابد، باید مول گاز واکنش‌دهنده بیشتر از فرآورده باشد؛ پس مورد «الف» و «پ» درست است.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: آسان)

۷۳. گزینه ۱ درست است.

افزایش دما واکنش را در جهت مصرف گرما جابه‌جا می‌کند، پس برای آنکه واکنش در جهت رفت پیش برود؛ باید واکنش گرماگیر باشد.

افزایش حجم ظرف به سمت مول گاز بیشتر جابه‌جا می‌کند، پس باید مول گاز فرآورده از واکنش‌دهنده بیشتر باشد.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۴. گزینه ۲ درست است.

با مقادیر استوکیومتری از واکنش‌دهنده‌ها:

یعنی ۱ مول N_2 و ۳ مول H_2

$$N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3$$

	N_2	$3H_2$	$2NH_3$
اولیه	۱	۳	۰
تعادل	$1-x$	$3-3x$	$2x$

شرایط بهینهٔ هابر مخلوط ۲۸ درصد مولی آمونیاک در مخلوط نهایی است: $\frac{2x}{1-x+3-3x+2x} = \frac{28}{100} \Rightarrow x = \frac{7}{16}$

$$\text{بازدهٔ درصدی} = \frac{\text{مقدار آمونیاک شرایط بهینه}}{\text{مقدار آمونیاک نظری}} \times 100 = \frac{2 \times \frac{7}{16}}{2} \times 100$$

$$\text{بازدهٔ درصدی} \cong \%43$$

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۵. گزینه ۳ درست است.

بررسی موارد:

۱) با توجه به نمودار K برحسب دما این فرآیند گرماگیر است، پس با افزایش دما میزان پیشرفت واکنش زیاد می‌شود.

۲) ΔH این فرآیند مثبت و ΔH سوختن متان منفی است.

۳) در اثر افزایش حجم واکنش به سمت رفت پیش می‌رود و مول SO_2 افزایش می‌یابد؛ ولی غلظت آن به‌دلیل افزایش حجم ظرف کاهش می‌یابد.

۴) کاتالیزگر سرعت واکنش را زیاد و زمان رسیدن به تعادل را کم می‌کند.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۶. گزینه ۲ درست است.

بررسی موارد:

پ) سنتز فرآیند شیمیایی است، نه فیزیکی

ت) افشانهٔ بی‌حس‌کننده موضعی (کلرواتان) همانند اتانول از اتن ساخته می‌شوند.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۷. گزینه ۳ درست است.

PET در طبیعت به آسانی تجزیه نمی‌شود و طی فرآیندهای پیچیده به مونومرها با مواد اولیه سودمند تبدیل می‌گردد.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۸. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

۱) با وارد کردن مقداری NH_3 به سامانه واکنش در جهت برگشت جابه‌جا شده، پس باید مقدار N_2 نیز زیاد شود.

۲) در اثر افزایش حجم ظرف واکنش غلظت همهٔ گونه‌ها کاهش می‌یابد.

۳) با وارد کردن H_2 به سامانهٔ واکنش در جهت رفت جابه‌جا شده N_2 کم و NH_3 زیاد می‌شود. مقدار H_2 هم نسبت به تعادل اول بیشتر می‌شود.

۴) با کاهش دما واکنش در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و باید N_2 و H_2 هر دو کاهش یابند.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۹. گزینه ۴ درست است.

بررسی موارد نادرست:

۱) متانول از واکنش CO و H_2 در صنعت به‌دست می‌آید.

۲) گاز متان به‌دلیل افزایش ایمنی بخش قابل توجهی از آن سوزانده می‌شود؛ نه به‌دلیل پایدار بودن

۳) هر چه یک واکنش پسماند کمتری داشته باشد، از دیدگاه اتمی به صرفه‌تر است.

(شیمی (۳) - فصل ۴؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۰. گزینه ۲ درست است.

$$N_2 \quad + \quad O_2 \quad \rightleftharpoons \quad 2NO$$

مول اولیه	۲	۲	۰
مول تعادلی	$\underbrace{2-x}_{0/8}$	$\underbrace{2-x}_{0/8}$	$\underbrace{2x}_{2/4}$

$$x = \frac{60}{100} \times 2 = 1/2 \Rightarrow \text{غلظت‌های تعادلی} \begin{cases} [N_2] = 0/4 \\ [O_2] = 0/4 \\ [NO] = 1/2 \end{cases}$$

$$K = \frac{1/2 \times 1/2}{0/4 \times 0/4} = 9$$

(شیمی (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

یک گام جلوتر
از دیگران باشید!

سنجش دهم
۲ نوبت آزمون جامع

سنجش یازدهم
۲ نوبت آزمون جامع

سنجش دوازدهم
۵ نوبت آزمون جامع

همین حالا ثبت نام کن
sanjeshserv.ir

"آزمون‌های آزمایشی جامع سنجش"

sanjesheducationgroup
sanjeshserv

۰۲۱-۴۲ ۹۶۶ صدای داوطلب
ثبت‌نام گروهی دبیرستان‌ها ۳-۷۹۱ ۴۴ ۸۸۸-۰۲۱