



آزمون ۷ از ۱۵



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم – مرحله پنجم (۱۴۰۳/۱۰/۲۸)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



@sanjesheducationgroup



@sanjeshserv

کانال های ارتباطی:

ویژه پایه دوازدهم

ریاضیات

۱. گزینه ۳ درست است.

به ترتیب زیر، تبدیلات را انجام می دهیم:

$$k : f(x+k)$$

$$f(-x+k) : \text{قرینه نسبت به } y$$

$$f(-x+k)+k : \text{واحد بالا}$$

$$x=0 \rightarrow y=f(k)+k=8$$

$$\Rightarrow \frac{3k}{k-1} + k = 8$$

$$\Rightarrow \frac{k^2 + 2k}{k-1} = 8$$

$$\Rightarrow k^2 - 6k + 8 = 0$$

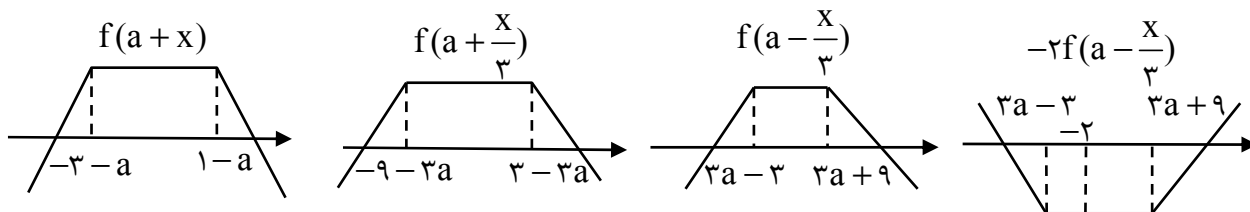
$$\Rightarrow k = 2 \text{ یا } 4$$

$$\Rightarrow \text{جمع جواب ها} = 6$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: آسان)

۲. گزینه ۱ درست است.

صرف نظر از جایگاه محور y ها، نمودار تابع را رسم می کنیم:



$$\Rightarrow 3a - 3 \leq -2 \Rightarrow a \leq \frac{1}{3}$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۳. گزینه ۲ درست است.

با توجه به نمودار تابع، ضابطه f به صورت $f(x) = (x+1)^3 + 1$ است؛ پس $\alpha = -1, \beta = 1$ است. به شرطی رابطه

$$xf(\beta x - k) \geq 0 \text{ همواره برقرار است که نمودار } f(\beta x - k) \text{ از مبدأ عبور کند. در واقع در این حالت نمودار}$$

$f(\beta x - k)$ از دو ناحیه ۱ و ۳ عبور می کند.

$$y = f(\beta x - k) = f(x - k)$$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \rightarrow f(-k) = 0 \Rightarrow (-k+1)^3 + 1 = 0$$

$$\Rightarrow k = 2$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۴. گزینه ۲ درست است.

$$x - 2f(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=2 \rightarrow 2 - 2f(3) = 0 \Rightarrow f(3) = 1 \\ x=-2 \rightarrow -2 - 2f(-1) = 0 \Rightarrow f(-1) = -1 \end{cases}$$

$$2x + f(x-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=1 \rightarrow 2 + f(0) = 0 \Rightarrow f(0) = -2 \\ x=-1 \rightarrow -2 + f(-2) = 0 \Rightarrow f(-2) = 2 \end{cases}$$

حال باقی مانده تقسیم $g(x)$ بر $x+2$ را به دست می آوریم:

$$g(x) = xf(1-x) + (1-x)f(x)$$

$$R = g(-2) = -2f(3) + 3f(-2) = -2 \times 1 + 3 \times 2 = 4$$

(حسابان ۲) - سطح دشواری: متوسط

۵. گزینه ۴ درست است.

$$f(x) = a \pm b \sin cx \quad \max = a + |b|$$

$$f(x) = a \pm b \cos cx \quad \min = a - |b|$$

$$T = \frac{2\pi}{|c|}$$

اگر فرض کنیم $\min = k$ آنگاه $T = k + 3$ و $\max = 3k + 9$ در این صورت:

$$\begin{cases} a + |b| = 3k + 9 \\ a - |b| = k \end{cases} \Rightarrow a = \frac{4k + 9}{2}$$

$$|b| = \frac{4k + 9}{2} - k = \frac{2k + 9}{2}$$

از طرفی:

$$T = \frac{2\pi}{|c|} = k + 3 \Rightarrow |c| = \frac{2\pi}{k + 3}$$

پس:

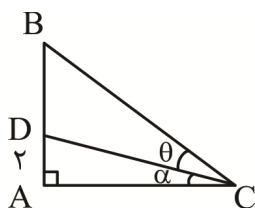
$$f(x) = \frac{4k + 9}{2} \pm \frac{2k + 9}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{k + 3}x\right)$$

گزینه قابل قبول گزینه ۴ است که $k = -\frac{1}{2}$

$$f(x) = \frac{7}{2} \pm 4 \cos \frac{4\pi}{5}x \Rightarrow f(x) = \frac{7}{2} + 4 \cos\left(\frac{4\pi}{5}x + \frac{\pi}{3}\right)$$

(حسابان ۲) - سطح دشواری: متوسط

۶. گزینه ۲ درست است.



چون $B = \frac{\pi}{4}$ ، پس $C = \frac{\pi}{4}$ از طرفی $\tan 2\theta = \frac{4}{3}$ پس:

$$\frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{4}{3} \Rightarrow 6 \tan \theta = 4 - 4 \tan^2 \theta \Rightarrow$$

$$2 \tan^2 \theta + 3 \tan \theta - 2 = 0 \Rightarrow \tan \theta = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} \xrightarrow{\tan \theta > 0} \tan \theta = \frac{1}{2}$$

$$\alpha + \theta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} - \theta \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan \theta}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan \theta}$$

$$\tan \alpha = \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan = \frac{AD}{AC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2}{AC} \Rightarrow AC = 6$$

(حسابان ۲) - سطح دشواری: متوسط

۷. گزینه ۳ درست است.

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

با توجه به اتحاد

داریم:

$$f(x) = a \frac{1 - \cos(\frac{\pi}{2} + 2bx)}{2} + c$$

$$f(x) = \frac{a}{2} + c + \frac{a}{2} \sin 2bx$$

با توجه به نمودار:

$$\begin{aligned} \max &= 2 \\ \min &= -1 \\ T &= \frac{2 \circ \pi}{\lambda} = \frac{5\pi}{2} \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} + c + \left| \frac{a}{2} \right| = 2 \\ \frac{a}{2} + c - \left| \frac{a}{2} \right| = -1 \end{cases}$$

$$\frac{2\pi}{|2b|} = \frac{\pi}{|b|} = \frac{5\pi}{2} \Rightarrow |b| = \frac{2}{5}$$

با توجه به نمودار $ab > 0$ پس $a > 0$ و $b > 0$ فرض می‌کنیم:

$$\begin{cases} a + c = 2 \\ c = -1 \\ b = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow ab = \frac{6}{5}$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۸. گزینه ۴ درست است.

نکته:

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \rightarrow \sin \alpha = \cos \beta$$

$$\sin\left(\frac{17\pi}{\lambda} - x\right) = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{\lambda} - x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{\lambda} - x\right)$$

به این ترتیب:

$$\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} - x\right) \sin\left(\frac{3\pi}{\lambda} + x\right) = \sin^2 \frac{17\pi}{6}$$

$$\sin\left(\frac{3\pi}{\lambda} + x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} - x\right) \text{ پس } \left(\frac{3\pi}{\lambda} + x\right) + \left(\frac{\pi}{\lambda} - x\right) = \frac{\pi}{2} \text{ چون به این ترتیب}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} - x\right) = \left(\frac{-1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 2 \sin\left(\frac{\pi}{\lambda} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{\lambda} - x\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} - 2x\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} - 2x\right) = \sin\frac{\pi}{6} \begin{cases} \frac{\pi}{4} - 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \frac{\pi}{4} - 2x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{24} \\ x = k\pi - \frac{7\pi}{24} \end{cases} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \begin{cases} x = \frac{\pi}{24}, \frac{25\pi}{24} \\ x = \frac{-7\pi}{24}, \frac{17\pi}{24} \end{cases}$$

$$S = \frac{26\pi}{224} = \frac{13\pi}{112}$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۹. گزینه ۱ درست است.

نکته:

$$\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha + \beta)$$

$$\cos x \cos 2x = 2 \sin^2 x \cos x + 1$$

$$\cos x \cos 2x = \underbrace{2 \sin x \cos x}_{\sin 2x} \times \sin x + 1$$

$$\cos x \cos 2x - \sin 2x \sin x = 1 \Rightarrow \cos 3x = 1$$

$$2x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3}$$

اولین جواب مثبت $\frac{2\pi}{3}$ است، پس $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ از طرفی :

$$0 \leq x \leq 2\pi \Rightarrow x = 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, 2\pi \Rightarrow \theta = \frac{12\pi}{3} = 4\pi$$

$$\Rightarrow \frac{\theta}{\alpha} = \frac{4\pi}{\frac{2\pi}{3}} = 6$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۱۰. گزینه ۱ درست است.

$$t \rightarrow +\infty \text{ داریم } x \rightarrow 0^+ \text{ وقتی } \sqrt{\frac{1}{x}} = t$$

با فرض

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (a\sqrt{\frac{1}{x}} + \sqrt{\frac{1}{x}} + b\sqrt{\frac{1}{x} + 1}) = 1$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (a\sqrt{t^2 + t} + b\sqrt{t^2 + 1}) \times \frac{a\sqrt{t^2 + t} - b\sqrt{t^2 + 1}}{a\sqrt{t^2 + t} - b\sqrt{t^2 + 1}}$$

$$= \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{a^2(t^2 + t) - b^2(t^2 + 1)}{a|t| - b|t|} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\overbrace{(a^2 - b^2)}^0} t^2 + a^2 t - b^2}{(a - b)t} = 1 \xrightarrow{a^2 - b^2 = 0, a - b \neq 0} a = -b$$

$$\Rightarrow \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{a^2 t}{(a - b)t} = 1 \xrightarrow{a = -b} \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{a^2 t}{2at} = 1 \rightarrow \frac{a}{2} = 1 \quad \begin{matrix} a = 2 \\ b = -2 \end{matrix} \rightarrow \left[\frac{ab}{3}\right] = -\frac{2}{3}$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۱۱. گزینه ۴ درست است.

$$y = \frac{\cos \pi x}{\cos(\sqrt{x}) + 2} \xrightarrow[\text{مجانِب قائم است}]{\text{خط } ax+b=0} y = \frac{\cos \pi x}{\sin \pi x (\cos \sqrt{x} + 2)} \xrightarrow{\cos \sqrt{x} \neq -2}$$

$$\sin \pi x = 0 \rightarrow \pi x = k\pi \rightarrow x = k \xrightarrow[k \in \mathbb{Z}]{\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}} x = 1 \rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ ax + b = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = n \\ b = -n \end{cases} \rightarrow \frac{-2a}{b} = 2$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: متوسط)

۱۲. گزینه ۱ درست است.

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^3 + x - 2}{-2x^3 + 3ax^2 - bx + c} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(x-1)}{-2(x+2)^3} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-1)}{-2(x+2)^2} = \frac{-3}{0^-} = +\infty$$

$$\text{مخرج: } -2(x+2)^3 = -2(x^3 + 6x^2 + 12x + 8) = \begin{cases} -2x^3 - 12x^2 - 24x - 16 \\ -2x^3 + 3ax^2 - bx + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -4 \\ b = 24 \rightarrow a + b + c = 4 \\ c = -16 \end{cases}$$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۱۳. گزینه ۳ درست است.

ابتدا مجانب افقی تابع را می‌یابیم:

$$f(x) = 2 - \sqrt{\frac{4x+a}{x-2}} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 2 - \sqrt{\frac{4x}{x}} = 2 - 2 = 0 \rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی}$$

سپس حدود $-\infty, +\infty$ را جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{4x+a}{x-2} = \frac{4x-8+a+8}{x-2} = \frac{4(x-2)}{x-2} + \frac{a-8}{x-2} = 4 + \frac{a-8}{x-2}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 - \sqrt{4 + \frac{a-8}{x-2}} &= 0^- \rightarrow \frac{a-8}{+\infty} = 0^+ \rightarrow a-8 > 0 \rightarrow a > 8 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - \sqrt{4 + \frac{a-8}{x-2}} &= 0^+ \rightarrow \frac{a-8}{-\infty} = 0^- \rightarrow a-8 > 0 \rightarrow a > 8 \end{aligned}$$

هشت عدد $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ اعداد صحیح نامثبت $a > 8 \Rightarrow$

(حسابان (۲) - سطح دشواری: دشوار)

۱۴. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{cases} a_{11} = -2 & a_{12} = 3 \\ a_{21} = -1 & a_{22} = 1 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^T = A \times A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A^T = A^T \times A = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

$$A^{1403} = (A^T)^{467} \times A^T = I^{467} \times A^T = I \times A^T = A^T$$

(هندسه ۳) - سطح دشواری: متوسط

۱۵. گزینه ۱ درست است.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

طرفین رابطه $AMB = C$ را از سمت راست در B^{-1} و از سمت چپ در A^{-1} ضرب می‌کنیم.

$$A^{-1}AMB B^{-1} = A^{-1}CB B^{-1} \Rightarrow M = A^{-1}CB^{-1}$$

$$M = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} -3 & 9 \\ 2 & -6 \end{bmatrix} \Rightarrow 2 = \text{مجموع درایه‌ها}$$

(هندسه ۳) - سطح دشواری: متوسط

۱۶. گزینه ۴ درست است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \bar{O}$$

$$\Rightarrow A^T + I = I \Rightarrow (A + I)(A^T - A + I) = I$$

$$\Rightarrow (A + I)^{-1} = A^T - A + I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(هندسه ۳) - سطح دشواری: دشوار

۱۷. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} 2x + my = 4 \\ (m-1)x + y = 2 \end{cases} \text{ دستگاه}$$

فاقد جواب است، بنابراین:

$$\frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{4}{2} \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$m = -1 \Rightarrow \frac{2}{-2} = \frac{-1}{1} \neq \frac{4}{2} \quad \checkmark$$

$$m = 2 \Rightarrow \frac{2}{1} = \frac{2}{1} \neq \frac{4}{2} \quad \boxtimes$$

بنابراین $m = -1$ قابل قبول است.

$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$$

$$-y_0 = 4 \Rightarrow y_0 = -4$$

$$x_0 + 8 = 2 \Rightarrow x_0 = -6$$

$$x_0 + y_0 = -10$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

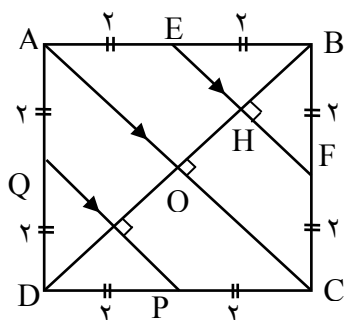
۱۸. گزینه ۱ درست است.

$$|I - A^{-1}| = |AA^{-1} - A^{-1}| = |(A - I)A^{-1}|$$

$$= |A - I| |A^{-1}| = |A - I| \frac{1}{|A|} = 12 \left(\frac{1}{-2} \right) = -6$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۱۹. گزینه ۲ درست است.



مکان هندسی نقاطی که از قطر AC به فاصله $\sqrt{2}$ واحد باشند، دو خط به موازات قطر AC و به فاصله $\sqrt{2}$ از آن است. محل برخورد این دو خط با محیط مربع را Q, P, F, E می‌نامیم.

$$BD = \sqrt{2}a = 4\sqrt{2} \Rightarrow a = 4 \Rightarrow \text{اندازه ضلع مربع}$$

$$\Rightarrow OB = \frac{1}{2}BD = 2\sqrt{2} \text{ و } OH = BH = \sqrt{2}$$

$$EF \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BH}{OH} = \frac{BE}{AE} = \frac{BF}{FC} = 1$$

در نتیجه E و F به همین ترتیب P و Q وسط اضلاع مربع هستند.

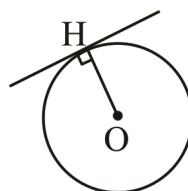
$$S_{ABEFCPQ} = S_{\text{مربع}} - 2S_{\Delta BEF} = 16 - 2\left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2\right) = 12$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: دشوار)

۲۰. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = 2 \Rightarrow O(3, 2)$$

$$R = OH = \frac{\left| 3 + \frac{8}{3} + 1 \right|}{\sqrt{1 + \frac{16}{9}}} = 4$$



$$\text{مساحت دایره برابر } S = \pi R^2 = 16\pi \text{ است.}$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۲۱. گزینه ۳ درست است.

$$C: x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0 \Rightarrow O(-2, 3), r = \frac{1}{2}\sqrt{16 + 36 + 48} = 5$$

معادله دایره‌ای که محورهای مختصات مماس‌اند، به صورت $(x \pm \alpha)^2 + (y \pm \alpha)^2 = \alpha^2$ است.

با توجه به اینکه مرکز این دایره نقطه $O'(1, -1)$ است، معادله دایره C' به صورت زیر خواهد بود:

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1 \Rightarrow r' = 1, O'(1, -1)$$

$$|OO'| = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (3 + 1)^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$$

$$r + r' = 5 + 1 = 6 \quad r - r' = 5 - 1 = 4$$

$$\Rightarrow r - r' < |OO'| < r + r' \Rightarrow \text{دو دایره متقاطع اند}$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۲۲. گزینه ۱ درست است.

فرض کنیم معادله دایره به صورت $(x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 = 16$ باشد.
دایره از نقطه $(2, 1)$ می‌گذرد مختصات نقطه در معادله صدق می‌کند.

$$(2 - \alpha)^2 + (1 - \beta)^2 = 16 \quad (I)$$

از طرفی فاصله مرکز دایره $O(\alpha, \beta)$ تا خط $y = 5$ برابر با ۸ واحد است. یعنی:

$$|\beta - 5| = 8 \Rightarrow \beta = 13, \beta = -3$$

مرکز دایره در ناحیه چهارم واقع است. $\beta < 0$ قابل قبول است. $\beta = -3$
با جایگذاری در رابطه (I) داریم:

$$(2 - \alpha)^2 + (1 + 3)^2 = 16$$

$$(2 - \alpha)^2 = 0 \Rightarrow \alpha = 2, O(2, -3)$$

معادله دایره به صورت $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 16$ است.

$$y = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 + 3^2 = 16 \Rightarrow (x - 2)^2 = 7$$

$$\Rightarrow x - 2 = \pm\sqrt{7} \Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{7}$$

(هندسه (۳) - سطح دشواری: متوسط)

۲۳. گزینه ۴ درست است.

حاصل $p - q + r$ عددی زوج است؛ بنابراین یا هر سه عدد زوج هستند یا یکی زوج و دوتا فرد است. تنها عدد اول زوج عدد ۲ است؛ بنابراین امکان ندارد که هر سه زوج باشند. پس قطعاً یکی از این اعداد زوج و دوتا فرد است. r کوچک‌ترین عدد است، پس $r = 2$ است و در نتیجه:

$$r = 2 \Rightarrow p - q + 2 = 4 \Rightarrow p - q = 2$$

p و q دو عدد اول هستند که ۲ واحد با هم اختلاف دارند. بزرگ‌ترین اعداد اول دو رقمی با این شرایط اعداد ۷۱ و ۷۳ هستند، بنابراین:

$$p = 73, q = 71, r = 2 \Rightarrow p + q - 2 = 73 + 71 - 2 = 142$$

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: متوسط)

۲۴. گزینه ۳ درست است.

$$(a, 96) = 16 \Rightarrow (a, 2^5 \times 3) = 2^4 \Rightarrow 2^4 | a \Rightarrow a = 2^4 \times q$$

با توجه به اینکه ب. م. م a و $2^5 \times 3$ است، پس q نه عامل ۲ دارد و نه عامل ۳ بنابراین:

q	۱	۵	۷	۱۱	۱۳	
a	۱۶	۸۰	۱۱۲	۱۷۶	۲۰۸	

بنابراین a می‌تواند اعداد ۱۶، ۸۰، ۱۱۲ و ۱۷۶ باشد. تعداد این اعداد برابر ۴ است.

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: دشوار)

۲۵. گزینه ۱ درست است.

اگر فرض کنیم که $d = (187, 221)$ باشد، آنگاه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} d | 187 \\ d | 221 \end{cases} \Rightarrow d | 187m + 221n \quad (m, n \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow 187m + 221n = kd \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بنابراین هر عضو این مجموعه ضربی صحیح از ب. م. م ۱۸۷ و ۲۲۱ است.

$$(187, 221) = (11 \times 17, 13 \times 17) = 17$$

$$\Rightarrow 187m + 221n = 17k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

بزرگ‌ترین عدد دو رقمی مضرب ۱۷ برابر با $17 \times 5 = 85$ و مجموع ارقامش برابر $8 + 5 = 13$ است.

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: دشوار)

۲۶. گزینه ۴ درست است.

ابتدا با اضافه کردن ۶ واحد به طرفین رابطه تقسیم، باقی‌مانده را برابر صفر می‌کنیم:

$$a + 6 = 13q + 7 + 6 = 13q + 13 = 13(q + 1) = 13q'$$

سپس با اضافه کردن ۳ واحد دیگر به طرفین رابطه، باقی‌مانده را برابر ۳ می‌کنیم:

$$a + 6 + 3 = 13q' + 3$$

حالا اگر ۱۳ تا ۱۳ تا به مقسوم اضافه کنیم، باقی‌مانده تغییر نمی‌کند:

$$a + 9 + 13k = 13q' + 3 + 13k \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow a + (13k + 9) = 13(q' + k) + 3 = 13q'' + 3$$

بنابراین پاسخ مسئله عددی به صورت $13k + 9$ است. حالا باید بزرگ‌ترین عدد سه رقمی به شکل $13k + 9$ را بیابیم:

$$13k + 9 \leq 999 \Rightarrow 13k \leq 990 \Rightarrow k \leq \frac{990}{13} \Rightarrow k \leq 76$$

$$k = 76 \Rightarrow 13k + 9 = (13 \times 76) + 9 = 997$$

$$\Rightarrow \overline{abc} = 997 \Rightarrow a - b + c = 9 - 9 + 7 = 7$$

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: دشوار)

۲۷. گزینه ۱ درست است.

یک نکته: اگر n عددی طبیعی باشد، آنگاه $a^n + b^n \equiv (a + b)^n$

$$\begin{cases} 2^n + 6^n \equiv (2 + 6)^n \Rightarrow 2^n + 6^n \equiv 8^n \\ 3^n + 4^n \equiv (3 + 4)^n \Rightarrow 3^n + 4^n \equiv 7^n \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2^n + 3^n + 4^n + 6^n \equiv 7^n + 8^n$$

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: متوسط)

۲۸. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{aligned} 2^5 &\equiv 3^2 \equiv -1 \Rightarrow 2^{10} \equiv 1 \Rightarrow 2^{20} \equiv 1 \Rightarrow 2^{22} \equiv 2^2 \equiv 4 \\ 3^5 &\equiv 2^4 \equiv 3 - 4 + 2 \equiv 1 \Rightarrow 3^{10} \equiv 1 \Rightarrow 3^{13} \equiv 3^3 \equiv 27 \equiv 5 \\ 5^2 &\equiv 2^5 \equiv 3 \Rightarrow 5^4 \equiv 9 \equiv -2 \Rightarrow 5^5 \equiv -10 \equiv 1 \Rightarrow 5^{50} \equiv 1 \\ &\Rightarrow 5^{55} \equiv 5^5 \equiv 1 \end{aligned}$$

بنابراین:

$$(2^{22} + 3^{13})x \equiv 5^{55} \Rightarrow (4 + 5)x \equiv 1$$

$$\Rightarrow 9x \equiv 1 \equiv 45 \Rightarrow x \equiv 5 \Rightarrow x = 11k + 5$$

$$k = 9 \Rightarrow x = 99 + 5 = 104$$

پس رقم یکان کوچک‌ترین عدد سه رقمی مانند x برابر ۴ است.

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: متوسط)

۲۹. گزینه ۲ درست است.

یک نکته: در هر گراف ساده G رابطه $\Delta(G) - \delta(G) = \Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G})$ برقرار است.

$$\begin{cases} \Delta(G) + \delta(G) = 7 \\ \Delta(\bar{G}) - \delta(\bar{G}) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta(G) + \delta(G) = 7 \\ \Delta(G) - \delta(G) = 3 \end{cases} \Rightarrow 2\Delta(G) = 10$$

$$\Rightarrow \Delta(G) = 5 \Rightarrow \delta(G) = 2$$

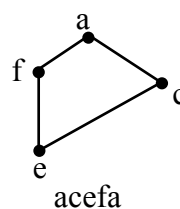
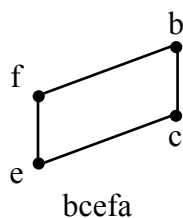
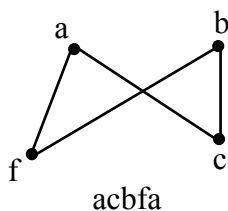
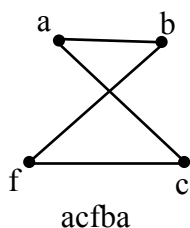
با توجه به اینکه $\Delta(G) = 5$ است، پس گراف G باید حداقل ۶ رأس داشته باشد و در این شرایط درجات رأس‌های این گراف با کمترین تعداد یال به صورت ۵، ۳، ۲، ۲، ۲، ۲ خواهد بود:

$$2q = \sum \deg v_i = 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 5 = 16 \Rightarrow q_{\min} = 8$$

(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: دشوار)

۳۰. گزینه ۴ درست است.

چهار دور دیگر به طول ۴ شامل رأس c وجود دارد که عبارتند از:



(ریاضیات گسسته - سطح دشواری: متوسط)

فیزیک

۳۱. گزینه ۲ درست است.

در قسمت اول حرکت داریم:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{5}L \Rightarrow t_1 = \frac{L_1}{v_1} \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{1}{5}L}{4} = \frac{L}{20}$$

در قسمت دوم حرکت داریم:

$$\Delta x_2 = \frac{4}{5}L \Rightarrow t_2 = \frac{L_2}{v_2} \Rightarrow t_2 = \frac{\frac{4}{5}L}{12} = \frac{L}{15}$$

حال داریم:

$$|v_{avT}| = \frac{|\Delta x_1 - \Delta x_2|}{t_1 + t_2} = \frac{|\frac{1}{5}L - \frac{4}{5}L|}{\frac{L}{20} + \frac{L}{15}}$$

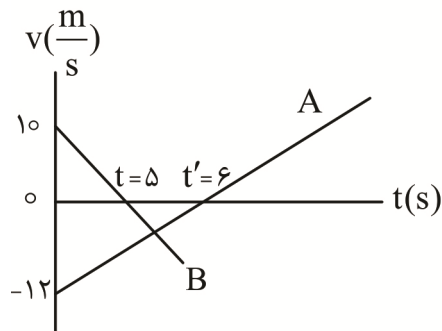
$$\Rightarrow |v_{avT}| = \frac{\frac{3}{5}L}{\frac{7}{60}L} = \frac{36}{7} \frac{m}{s}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۲. گزینه ۳ درست است.

گام اول: با توجه به اینکه بزرگی شتاب هر دو متحرک یکسان است از رابطه $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ برای هر متحرک استفاده می‌کنیم و

داریم:



$$\left. \begin{aligned} a_A &= \frac{0 - (-12)}{t'} = \frac{12}{t'} \\ a_B &= \frac{0 - 10}{t} = \frac{-10}{t} \end{aligned} \right\} \Rightarrow |a_A| = |a_B|$$

$$\Rightarrow \frac{12}{t'} = \frac{10}{t} \rightarrow 6t = 5t' \quad (1)$$

گام دوم: با توجه به اینکه در بازه زمانی t تا t' علامت سرعت دو متحرک همزمان منفی است، نتیجه می‌گیریم $t' - t = 1s$ و از معادله (۱) استفاده می‌کنیم و t و t' را حساب می‌کنیم.

$$6(t' - 1) = 5t' \rightarrow 6t' - 6 = 5t' \rightarrow t' = 6s \rightarrow t = 6 - 1 = 5s$$

گام سوم: شتاب متحرک‌ها را حساب می‌کنیم:

$$a_A = \frac{0 - (-12)}{6} = 2 \frac{m}{s^2}$$

شتاب B منفی، اما هم اندازه شتاب A است.

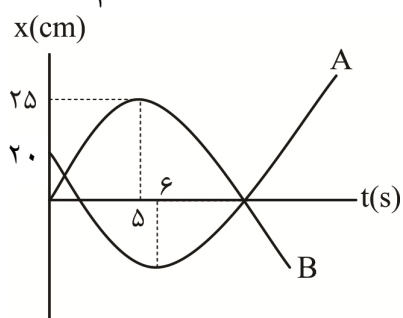
$$\rightarrow a_B = -2 \frac{m}{s^2}$$

گام چهارم: معادله مکان - زمان هر متحرک را می‌نویسیم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$x_A = \frac{1}{2}2t^2 - 12t + 20 \Rightarrow x_A = t^2 - 12t + 20$$

$$x_B = \frac{1}{2} \times -2t^2 + 10t \rightarrow x_B = -t^2 + 10t$$



گام چهارم: مکان دو متحرک را برابر هم قرار می‌دهیم تا لحظه به هم رسیدن آن‌ها به یکدیگر را حساب کنیم:

$$t^2 - 12t + 20 = -t^2 + 10t \rightarrow 2t^2 - 22t + 20 = 0 \rightarrow t^2 - 11t - 10 = 0$$

$$\Rightarrow (t-1)(t-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 1s \text{ برای اولین بار} \\ t_2 = 10s \text{ برای دومین بار} \end{cases}$$

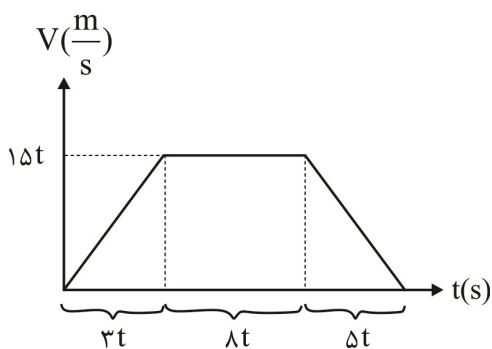
(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۳. گزینه ۲ درست است.

برای حل تست از نمودار سرعت - زمان بهره می‌گیریم از آنجا که اندازه تغییرات سرعت، در بخش تندشونده و کندشونده

حرکت یکسان است. طبق رابطه $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ زمان با شتاب رابطه عکس داشته و چون نسبت شتاب ۵ به ۳ است. نسبت زمان

آن‌ها ۳ به ۵ خواهد بود. زمان در بخش تندشونده را $3t$ و زمان در بخش کندشونده را $5t$ فرض می‌کنیم. به این ترتیب طبق فرض زمان حرکت یکنواخت مجموع این دو یعنی $8t$ است.



نهایی $v = at + V_0$

$$v = 5 \times 3t = 15t$$

$$t_{\text{کل}} = 3t + 8t + 5t = 16t = 64s \Rightarrow t = 4s$$

$$\Delta x = \text{سطح زیر نمودار} = \frac{(16t + 8t) \times 5t}{2} = 60t^2$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60t^2}{16t} = \frac{60 \times t}{16}$$

$$t = 4s \Rightarrow V_{av} = \frac{60 \times 4}{16} = 15 \frac{m}{s}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۴. گزینه ۲ درست است.

گام ۱: جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را محل رها شدن گلوله A فرض می‌کنیم و معادله مکان - زمان گلوله‌ها را می‌نویسیم:

$$y_A = \frac{1}{2}gt_A^2 + y_{0A} \xrightarrow[t_A=t]{y_{0A}=0} y_A = -\frac{1}{2}(10t^2) = -5t^2$$

$$y_B = -\frac{1}{2}gt_B^2 + y_{0B} \xrightarrow[t_B=t-2]{y_{0B}=-6m} y_B = -\frac{1}{2} \times 10(t-2)^2 - 6$$

$$y_B = -5t^2 + 20t - 80$$

گام ۲: با توجه به اینکه دو گلوله هم‌زمان به زمین می‌رسند، می‌توان نوشت $y_A = y_B$ و زمان حرکت گلوله‌ها را به‌دست آورد.

$$-5t^2 = -5t^2 + 20t - 80 \Rightarrow t = 4s$$

$$t_A = t = 4s, t_B = t_A - 2 \Rightarrow t_B = 2s$$

گام ۳: فاصله AC و BC از سطح زمین را به دست می آوریم.

$$y_A = -\Delta t^2 = -\Delta(4)^2 = -16 \text{ m} \Rightarrow \overline{AC} = 16 \text{ m}$$

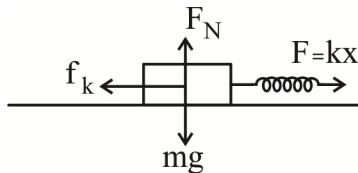
$$\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{BC} \xrightarrow{\overline{AB}=6 \text{ m}} \overline{BC} = 10 \text{ m}$$

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{16}{10} = 1.6$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۳۵. گزینه ۴ درست است.

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را در مرحله اول در نظر می گیریم و با استفاده از قانون دوم نیوتن و نیروی کشسانی فنر شتاب جسم را حساب می کنیم.



$$F - f_k = ma \rightarrow kx - \mu_a mg = ma \rightarrow 2 \times 10 - 0.2 \times 50 = \Delta a \rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام دوم: از رابطه $v = at + v_0$ استفاده می کنیم و سرعت جسم را در لحظه $t = 5 \text{ s}$ حساب می کنیم:

$$v = 5 \times 2 + 0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام سوم جابه جایی جسم را تا لحظه $t = 5 \text{ s}$ حساب می کنیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 + 0 = 25 \text{ m}.$$

گام چهارم: در لحظه $t = 5 \text{ s}$ جرم جسم دو برابر می شود و همزمان با آن نیروی F حذف می شود، پس نتیجه می گیریم که فقط نیروی اصطکاک لغزشی بر جسم وارد می شود و این نیرو ۲ برابر نیروی اصطکاک در مرحله اول است:

$$-f_k = -\mu_k \times 2mg = ma \rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

گام پنجم: از رابطه مستقل از شتاب یا سرعت - جابه جایی با شتاب ثابت مسافت توقف جسم را حساب می کنیم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x' \rightarrow \Delta x' = \frac{10^2}{4} = 25 \text{ m}$$

گام ششم: جابه جایی کل متحرک را حساب می کنیم:

$$\Delta x_{\text{کل}} = 25 + 25 = 50 \text{ m}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۶. گزینه ۴ درست است.

در حالت نخست نیروی فنر با نیروی وزن جسم هم اندازه است:

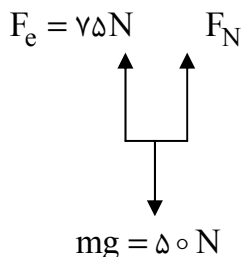
$$x = \frac{12/5}{100} \ell_1 = \frac{1}{8} \times 40 = 5 \text{ cm}$$

در حالت دوم جسم بر روی ترازو قرار گرفته و به طول فنر $2/5 \text{ cm}$ افزوده می گردد و تغییر طول فنر $7/5 \text{ cm}$ می شود:

$$\text{در حالت اول: } k \times 5 = mg = 50 \Rightarrow k = 10 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$\text{در حالت دوم: } F = kx = 10 \times 7/5 = 14 \text{ N}$$

نیروهای وارد بر جسم در حالت دوم را رسم می‌کنیم:



خالص $F = ma$

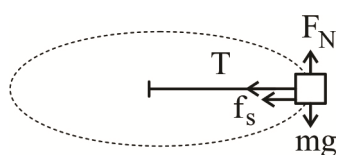
$$F_e + f_N - mg = ma$$

$$75 + 5 - 50 = 5 \times a$$

$$30 = 5a \quad a = 6 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۷. گزینه ۱ درست است.



گام اول: نیروهایی که بر جسم وارد می‌شود را نشان می‌دهیم. نیروهای اصطکاک ایستایی (f_s) و کشش نخ (T) در راستای مرکز دایره بر جسم اثر می‌کنند و نیروی مرکزگرای لازم برای حرکت جسم را تأمین می‌کنند. اما در این حالت می‌توان فرض کرد که در ابتدا که سرعت دیسک به تدریج زیاد می‌شود نیروی اصطکاک ایستایی نیروی مرکزگرا را تأمین می‌کند و تا لحظه‌ای که تندی دیسک به قدری زیاد شود که نیروی مرکزگرا برابر نیروی اصطکاک بیشینه شود. از این رو این تندی را حساب می‌کنیم:

$$m \frac{v^2}{r} = \mu_s mg$$

$$V = \sqrt{\mu_s r g} = \sqrt{0.4 \times 1 \times 10} = 2 \frac{m}{s}$$

گام دوم: چون تندی دیسک بیشتر از $2 \frac{m}{s}$ است؛ پس نیروی مرکزگرای بیشتری از $f_{s_{max}} = \mu_s mg$ مورد نیاز است تا حرکت دایره‌ای جسم حفظ شود و این نیروی مرکزگرا را کشش نخ تأمین می‌کند و اکنون آن را حساب می‌کنیم.

$$F_{\text{نخ}} + f_{s_{max}} = m \frac{v^2}{r} \rightarrow F_{\text{نخ}} + \mu_s mg = \frac{1}{2} m v^2$$

$$F_{\text{نخ}} + 0.4 \times 2 \times 10 = 2 \times \frac{2^2}{1} \rightarrow F_{\text{نخ}} = 10 \text{ N}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۸. گزینه ۴ درست است.

با توجه به رابطه زیر داریم:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow n = \frac{t}{T}$$

پس:

$$n_A = \frac{43/2}{3/6} = 12 \quad \text{و} \quad n_B = \frac{43/2}{4/8} = 9$$

در نهایت داریم:

$$n_A - n_B = 12 - 9 = 3$$

پس نوسانگر B، ۳ نوسان کامل کمتر از نوسانگر A انجام می‌دهد.
(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۳۹. گزینه ۳ درست است.

ابتدا تعداد نوسان‌های کامل هر نوسانگر را با تقسیم زمان کل به دوره تناوب آن به دست می‌آوریم:

$$N = \frac{t}{T} \Rightarrow \begin{cases} N_A = \frac{30}{1.5} = 20 \text{ نوسان کامل} \\ N_B = \frac{30}{1.2} = 25 \text{ نوسان کامل} \end{cases}$$

در هر نوسان کامل ۲ بار طول پاره‌خط نوسان طی شده و مسافتی به اندازه ۴ برابر دامنه طی می‌شود:

$$\ell_A = 20 \times 4A = 80 \times 5 = 400 \text{ cm}$$

$$\ell_B = 25 \times 4A = 100 \times 5 = 500 \text{ cm}$$

$$\Delta \ell = 500 - 400 = 100 \text{ cm}$$

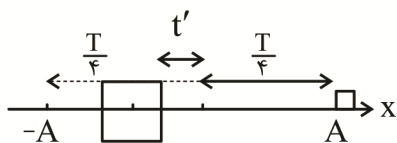
البته در روشی سریع می‌توانید از رابطه زیر نیز بهره بگیرید:

$$\Delta \ell = \Delta N \times 4A = 5 \times 4 \times 5 = 100 \text{ cm}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۰. گزینه ۱ درست است.

گام ۱: وضعیت نوسانگر روی پاره‌خط نوسان در لحظه‌های t_1 و t_2 به شکل زیر است.



فرض می‌کنیم مدت‌زمان حرکت نوسانگر از مبدأ نوسان (نقطه تعادل) تا مکان $x = -5 \text{ cm}$ برابر با t' باشد. در این صورت مدت‌زمان حرکت از مکان $x = -5 \text{ cm}$ تا انتهای پاره‌خط نوسان برابر $(\frac{T}{4} - t')$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} t_1 = \frac{T}{4} + t' , \quad t_2 = \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + (\frac{T}{4} - t') = \frac{3T}{4} - t' \\ t_2 = \frac{5}{3} t_1 \Rightarrow \frac{3T}{4} - t' = \frac{5}{3} (\frac{T}{4} + t') \Rightarrow t' = \frac{T}{n} \end{cases}$$

$$x = -\frac{\sqrt{2}}{2} A \quad \begin{matrix} \xleftarrow{\frac{T}{4}} \xleftarrow{\frac{T}{4}} \xleftarrow{\frac{T}{4}} \xleftarrow{\frac{T}{4}} \\ -A \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} A \quad 0 \quad +\frac{\sqrt{2}}{2} A \quad +A \end{matrix} \quad x$$

گام ۲: با توجه به الگوی زمانی در شکل روبه‌رو،

$$x = -\frac{\sqrt{2}}{2} A \xrightarrow{A=5\text{cm}} -5 = -\frac{\sqrt{2}}{2} A$$

$$A = \frac{5}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

گام ۳: معادله مکان زمان نوسانگر را می‌نویسیم:

$$T = \frac{t}{n} \xrightarrow[t=3\text{s}]{t=30\text{s}} T = 10 \text{ s}$$

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) \xrightarrow[T=10\text{s}]{x=5\sqrt{2}\text{cm}} x = 5\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{5} t$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

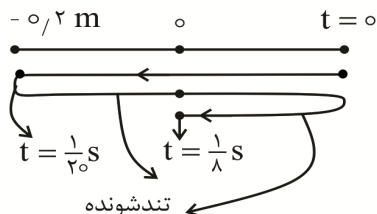
۴۱. گزینه ۳ درست است.

گام اول: مکان نوسانگر را در لحظه $t_1 = 20\text{ s}$ مشخص می‌کنیم:

$$t = \frac{1}{20}\text{ s} \rightarrow x = 0.2 \cos(20\pi \times \frac{1}{20}) = 0.2\text{ m}$$

چون تندی نوسانگر در نقطه تعادل بیشینه است، هنگامی که نوسانگر به نقطه تعادل نزدیک می‌شود، حرکت آن تندشونده است

گام دوم:



با توجه به شکل نوسانگر می‌توان دریافت نوسانگر در لحظه $t = \frac{1}{10}\text{ s}$

در مرکز نوسان قرار دارد و می‌توان دریافت نوسانگر به اندازه $2A = 2 \times 0.2 = 0.4$ متر؛

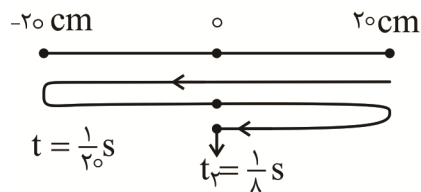
تندشونده حرکت کرده است $2A = 0.4 \times 100 = 40\text{ cm}$

روش دوم: دوره نوسان را حساب می‌کنیم و تعداد نوسان را در بازه موردنظر حساب می‌کنیم:

$$20\pi = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = 0.1\text{ s}, \Delta t = nt \rightarrow n = \frac{\frac{1}{10} - \frac{1}{20}}{0.1} = \frac{1/20}{0.1} = \frac{1/5}{2}$$

$$n = \frac{3}{4}$$

چون در لحظه $t = \frac{1}{20}\text{ s}$ مکان جسم $x = -0.2\text{ m}$ است. مطابق شکل مسیر حرکت را رسم می‌کنیم و مطابق روش اول



مسافت تندشونده را حساب می‌کنیم.

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۲. گزینه ۳ درست است.

گام ۱: بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\Delta T}{4} = \frac{5}{12} \Rightarrow T = \frac{1}{3}\text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{1/3} = 6\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

گام ۲: معادله حرکت نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$x = A \cos \omega t \xrightarrow{A=0.1\text{ m}, \omega=6\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} x = 0.1 \cos 6\pi t$$

گام ۳: با قرار دادن اندازه t_1 ، مقدار x در این لحظه را حساب می‌کنیم:

$$x = 0.1 \cos 6\pi t \xrightarrow{t_1=\frac{1}{18}} x = 0.1 \cos 6\pi \left(\frac{1}{18}\right) = \frac{1}{20}\text{ m}$$

گام ۴: اندازه شتاب نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$a = |-x\omega^2| \xrightarrow{x=\frac{1}{20}\text{ m}, \omega=6\pi} a = \left| \frac{1}{20} \times 36\pi^2 \right|$$

$$a = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۳. گزینه ۲ درست است.

ابتدا با توجه به نمودار مسافت طی شده را به دست می آوریم:

$$L = 5/5 + 11 + 11 + 11 = 38/5 \text{ cm}$$

حال با توجه به رابطه تندی متوسط داریم:

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow v_o = \frac{38/5}{\Delta t} = \Delta t = 0/55 \text{ s}$$

حال با توجه به نمودار و Δt می توانیم T را به دست آوریم:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{11T}{12} = 0/55 \Rightarrow T = 0/6 \text{ s}$$

حال داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0/6} \Rightarrow \omega = \frac{10\pi}{3} \text{ rad/s}$$

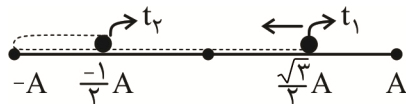
حال سرعت بیشینه نوسانگر را به دست می آوریم:

$$V_{max} = A\omega \Rightarrow V_{max} = 11 \times \frac{10\pi}{3} = \frac{110\pi}{3} \text{ cm/s} \xrightarrow{\pi=3} V_{max} = 110 \text{ cm/s}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۴۴. گزینه ۴ درست است.

گام اول: می دانیم اندازه شتاب نوسانگر بر حسب مکان از رابطه $a = \omega^2 x$ به دست می آید و همچنین می دانیم در نقاط بازگشت اندازه شتاب بیشینه است و در مرکز نوسان ($x = 0$)، شتاب نوسانگر صفر است؛ بنابراین هرگاه نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می شود شتاب نوسانگر کاهش می یابد.



گام دوم: با توجه به اینکه اندازه شتاب نوسانگر از رابطه $a_m = \omega^2 A$ به دست می آید، در لحظه t_1 می توان مکان نوسانگر را به صورت زیر حساب کرد.

در حال نزدیک شدن به مرکز:

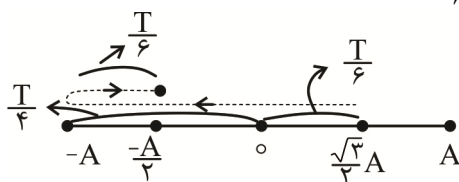
$$\frac{a_1}{a_m} = \frac{\omega^2 x_1}{\omega^2 A} \rightarrow \frac{a_1}{a_m} = \frac{x_1}{A} \rightarrow \frac{x_1}{A} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} A$$

همچنین در لحظه t_2 می توان نوشت:

$$\frac{a_2}{a_m} = \frac{|x_2|}{A} \rightarrow \frac{|x_2|}{A} = \frac{1}{2} \rightarrow x_2 = \frac{-A}{2}$$

چون در لحظه t_2 شتاب برای اولین بار در حال کاهش، است نتیجه می گیریم نوسانگر در مکان منفی است. اکنون با توجه به

شکل می توان دریافت بین دو لحظه t_1 و t_2 مدت زمان $\Delta t = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{7T}{12}$ می شود.



(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۵. گزینه ۱ درست است.

ثابت فنر در تمامی حالت‌ها ثابت بوده و طبق رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ ، می‌توان گفت: $T \propto \sqrt{m}$ و در نتیجه:

$$T^2 \propto m \Rightarrow \frac{m_1 + m_2}{m_1} = \left(\frac{1/3}{1/2}\right)^2 = \left(\frac{13}{12}\right)^2 = \frac{169}{144}$$

$$\Rightarrow 169m_1 = 144m_1 + 144m_2 \Rightarrow m_2 = \frac{25}{144}m_1$$

$$T \propto \sqrt{m} \Rightarrow T_2 = \frac{5}{12}T_1 = \frac{5}{12} \times 1/2 = 5/24$$

توجه کنید بسامد مورد سؤال است:

$$f_2 = \frac{1}{T_2} = \frac{1}{5/24} = 24/5 \text{ Hz}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۶. گزینه ۴ درست است.

گام ۱: ابتدا معادله مکان - زمان نوسانگر را می‌نویسیم و مکان جسم را در لحظه $t = \frac{1}{60}$ حساب می‌کنیم.

$$\omega = 2\pi f \xrightarrow{f=10\text{Hz}} \omega = 2\pi \times 10 = 20\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

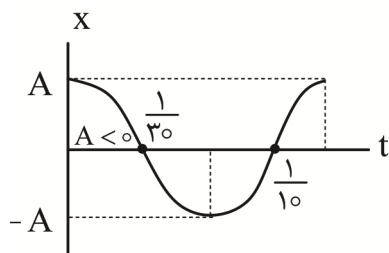
$$x = A \cos \omega t \xrightarrow[A=0.06\text{m}]{\omega=20\pi} x = 0.06 \cos 20\pi t$$

$$x = 0.06 \cos 20\pi t \xrightarrow[t=1/60]{t=1/60} x = 0.06 \cos 20\pi \left(\frac{1}{60}\right) = 0.03\text{m}$$

گام ۲: تندی جسم را از رابطه $V = x\omega$ به دست می‌آوریم.

$$V = x\omega \xrightarrow[x=0.03\text{m}]{\omega=20\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}} V = 0.03 \times 20\pi = 0.6\pi \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

با توجه به نمودار این معادله در یک دوره تناوب و وضعیت نوسانگر در لحظه $t = \frac{1}{60}\text{s}$ ، جسم در ربع اول قرار دارد و حرکت تندشونده است.



$$\begin{cases} \frac{1}{60} < \frac{1}{40} \\ a.v > 0 \end{cases}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۷. گزینه ۱ درست است.

از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ ، دوره نوسان آونگ را در حالت دوم حساب می‌کنیم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} \xrightarrow{\ell_2 = \ell_1 - 0.9\ell_1} \frac{T_2}{1} = \sqrt{\frac{0.1\ell_1}{\ell_1}} \rightarrow T_2 = 0.3\text{s}$$

اکنون اختلاف زمانی آونگ را در مدت ۱۰ دقیقه حساب می‌کنیم:

چون به ازای هر یک ثانیه آونگ $1/0.3 = 3.33$ کمتر نشان می‌دهد، بنابراین عقب می‌افتد.

می توان نوشت:

$$\frac{1s}{10 \times 60} \Big| \frac{0.1}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = 60s$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۴۸. گزینه ۲ درست است.

ابتدا با توجه به رابطه دوره حرکت آونگ ساده داریم:

$$\frac{T_A}{T_B} = \frac{\frac{2\pi\sqrt{\frac{LA}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{LB}{g}}}}{\frac{2\pi\sqrt{\frac{LA}{g}}}{2\pi\sqrt{\frac{LB}{g}}}} = \sqrt{\frac{LA}{LB}} = \sqrt{16} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{24}{N}}{\frac{24}{N+9}} = \sqrt{\frac{LA}{LB}} = 4 \Rightarrow \frac{N+9}{N} = 4$$

حال با توجه به رابطه $T = \frac{t}{N}$ می توانیم دوره تناوب آهنگ B را به دست آوریم:

$$T_B = \frac{t}{N_B} \Rightarrow T_B = \frac{24}{12} = 2s$$

حال داریم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega_B = \frac{2\pi}{T_B} = \frac{2\pi}{2} = \pi \frac{\text{rad}}{s}$$

چون طول پاره خط ۴cm است، پس دامنه آن ۲cm است. همچنین در انتهای مسیر نوسان شتاب بیشینه است.

$$a_{\max} = A\omega^2 \Rightarrow a_{\max} = (2 \times 10^{-2}) \times (\pi)^2 \xrightarrow{\pi^2 \approx 10}$$

$$a_{\max} = 0.2 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳ - سطح دشواری: دشوار)

۴۹. گزینه ۳ درست است.

$$\text{دامنه } A = \frac{1}{2} \times 10 \text{ cm} = 5 \text{ cm} = \frac{1}{20} \text{ m}$$

در فاصله ۲cm از نقطه بازگشت:

$$x = 5 - 2 = 3 \text{ cm}$$

رابطه داده شده برای انرژی پتانسیل، تفاضل انرژی کل از انرژی جنبشی است:

$$u = E - k = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 - \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = 18 \\ \frac{1}{2}m = 2 \end{cases}$$

$u = 18 - 2v^2$: طبق فرض

$$A^2\omega^2 = 9 \Rightarrow A\omega = 3$$

$$A = \frac{1}{20} \text{ m} \Rightarrow \frac{1}{20} \omega = 3 \Rightarrow \omega = 60 \frac{\text{rad}}{s}$$

اینک از فرمول ارتباطی بین شتاب و مکان استفاده می‌کنیم:

$$a = -\omega^2 x \Rightarrow |a| = (60)^2 \times \frac{3}{100} = 108 \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۰. گزینه ۳ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف: نادرست است؛ زیرا بنابر رابطه $E = \frac{1}{2} k A^2$ ، جرم نوسانگر تأثیری بر انرژی مکانیکی نوسانگر ندارد. دقت کنید که اگر از

رابطه $E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$ استفاده کنید به اشتباه گزینه ۱ یا ۲ را انتخاب می‌کنید. باید توجه کنید که بنابر رابطه

$\omega^2 = \frac{k}{m}$ ، متناسب با وارون جرم نوسانگر است و اگر جرم نوسانگر ۲ برابر شود، ω^2 برابر می‌شود و انرژی مکانیکی

تغییر نمی‌کند.

ب: درست است. بنابر رابطه:

$$E = u_{\max} = k_{\max} = \frac{1}{2} m v_m^2$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{V_{m,2}}{V_{m,1}} \right)^2 \rightarrow 2 = \left(\frac{V_{m,2}}{V_{m,1}} \right)^2 \rightarrow \frac{V_{m,2}}{V_{m,1}} = \sqrt{2}$$

پ: نادرست است؛ زیرا نمودار مربوط به انرژی پتانسیل نوسانگر است و از آن می‌توان نتیجه گرفت:

$$u_{\max} = E = 0.3 J$$

و همچنین در مکان X_1 ، انرژی پتانسیل نوسانگر برابر $0.1 J$ است و از رابطه $E = k + u$ می‌توان انرژی جنبشی نوسانگر را در این مکان حساب کرد.

$$0.3 = k + 0.1 \rightarrow k = 0.2 J$$

و اکنون از رابطه $k = \frac{1}{2} m v^2$ ، تندی نوسانگر را در این لحظه حساب می‌کنیم:

$$0.2 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times V^2 \rightarrow V^2 = 2 \rightarrow V = \sqrt{2} \frac{m}{s}$$

ت: درست است. از رابطه $E = k + u$ می‌توان نوشت:

$$k = \frac{1}{3} u \rightarrow u = 3k$$

$$E = k + 3k = 4k \rightarrow \frac{k}{E} = \frac{1}{4} \xrightarrow[k = \frac{1}{2} m v_m^2]{k = \frac{1}{2} m v^2} \left(\frac{V}{V_m} \right)^2 = \frac{1}{4} \quad V = \frac{1}{2} V_m$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۱. گزینه ۱ درست است.

برای آنکه بین دو حرکت تشدید رخ دهد، باید بسامد و یا دوره حرکت آن‌ها با هم یکسان شوند.

دوره تناوب نوسان آونگ ساده از رابطه $T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{g}}$ به دست می‌آید. اگر طول آونگ را دو برابر کنیم داریم:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{L_2}{L_1}} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \sqrt{2}$$

دوره تناوب سامانه وزنه - فنر $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ است. با دو برابر کردن طول آونگ ساده، دوره تناوب آونگ ساده $\sqrt{2}$ برابر شده است. برای آنکه بخواهد تشدید رخ دهد، پس دوره تناوب سامانه وزنه - فنر نیز باید $\sqrt{2}$ برابر شود.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow \frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \Rightarrow \sqrt{2} = \sqrt{\frac{k}{k'}} \\ \Rightarrow \frac{k}{k'} = 2 \Rightarrow k' = \frac{1}{2}k$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۲. گزینه ۳ درست است.

با توجه به شکل می توان نوشت:

$$2\lambda = 3\frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{3}{4}$$

چون، هر دو موج در یک محیط منتشر می شوند، در نتیجه تندی انتشار آن ها یکسان است.

$$V_1 = V_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = 1$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۳. گزینه ۳ درست است.

دو تار هم جنس هستند؛ یعنی $\rho_A = \rho_B$

با توجه به رابطه $V = \sqrt{\frac{F}{\rho_A}}$ با استفاده از رابطه $V = \frac{2}{d}\sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$ می توان نوشت:

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{d_A}{d_B} \sqrt{\frac{F_B}{F_A} \times \frac{P_A}{P_B}} \xrightarrow{F_A = 2F_B, V_A = 2\sqrt{2}V_B} \frac{d_A}{d_B} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۴. گزینه ۲ درست است.

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{200}{0.5}} = 20 \frac{m}{s}$$

$$x = \frac{\Delta}{4}\pi = 50 \Rightarrow \pi = 40 \text{ cm}$$

$$\pi = \frac{V}{f} \Rightarrow f = \frac{V}{\pi} = \frac{20}{0.4} = 50 \text{ HZ}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi \frac{\text{rad}}{s}$$

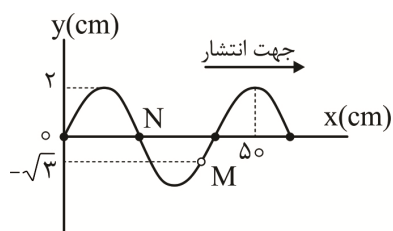
می توان نشان داد مقدار داده شده برای سرعت همان $V_{\max}$ است:

$$V_{\max} = A\omega = \frac{2}{100} \times 100\pi = 2\pi \approx 2 \times 3 = 6 \frac{m}{s}$$

سرعت نوسانگر هنگام گذر از مبدأ حداکثر می شود. پس باید نقطه m به مبدأ برسد.

می دانیم در نقش موج، هر نقطه از محیط تلاش می کند رفتار خود را مانند نقاط قبل از خودش نماید:

پس نقطه M باید خود را مانند نقطه N نماید.



$$x = A \cos \omega t \Rightarrow -\sqrt{3} = 2 \cos \omega t$$

$$\Rightarrow \cos \omega t = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

از آنجا که نقطه M با گذشت زمان به نقطه بازگشت منفی می‌رسد:

$$\Rightarrow \theta_M = \omega t = \frac{5\pi}{6}$$

از طرفی برای نقطه N، $x = 0$ بوده و چون نقطه بازگشت مثبت می‌رسد:

$$\theta_N = \omega t = \frac{3\pi}{2}$$

اختلاف این دو مقدار، تغییر زاویه بر حسب رادیان و زمان مورد نیاز را مشخص می‌کند:

$$\Delta\theta = \frac{3\pi}{2} - \frac{5\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Delta\theta = \omega t \Rightarrow \frac{2\pi}{3} = 100\pi t$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{150} \text{ s}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۵. گزینه ۲ درست است.

چون دو موج در یک محیط منتشر شده‌اند؛ پس تندی انتشار دو موج یکسان است. با توجه به نقش موج و رابطه $f = \frac{V}{\lambda}$

نسبت بسامد دو موج را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} A_A = 9 \text{ cm} \\ A_B = 3 \text{ cm} \\ \lambda_B = 3\lambda_A \end{cases}$$

$$\frac{f_B}{f_A} = \frac{V_B}{V_A} \times \frac{\lambda_A}{\lambda_B} \Rightarrow \frac{f_B}{f_A} = 1 \times \frac{\lambda_A}{3\lambda_A} = \frac{1}{3}$$

می‌دانیم متوسط آهنگ انرژی (P_{av}) با مربع دامنه (A^2) و مربع بسامد (f^2) رابطه مستقیم دارد؛ پس:

$$\frac{P_{av_B}}{P_{av_A}} = \left(\frac{f_B}{f_A}\right)^2 \times \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_{av_B}}{P_{av_A}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{9}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{P_{av_B}}{P_{av_A}} = \frac{1}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{81}$$

(فیزیک (۳) - فصل ۳؛ سطح دشواری: متوسط)

شیمی

۵۶. گزینه ۴ درست است.

بررسی موارد:

موردهای اول، دوم و سوم و چهارم با توجه به متن کتاب درست است.

مورد پنجم نادرست است؛ زیرا شیب نمودار امید به زندگی در مناطق کم‌برخوردار بیشتر از مناطق برخوردار است. (شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۷. گزینه ۱ درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم نادرست است؛ زیرا اتیلن گلیکول همانند اوره به دلیل پیوند هیدروژنی در آب محلول هستند.

مورد سوم نادرست است؛ زیرا در بین مولکول‌های روغن زیتون پیوند هیدروژنی وجود ندارد.

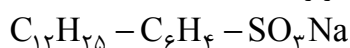
مورد چهارم نادرست است؛ زیرا عسل دارای گلوکز و فروه عاملی هیدروکسیل است.

مورد پنجم نادرست است؛ زیرا نمک خوراکی یک ترکیب یونی است و در حلال ناقطبی حل نمی‌شود. (شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۸. گزینه ۲ درست است.

اسید چرب روغن زیتون دارای فرمول $C_{18}H_{34}O_2$ است.

فرمول پاک‌کننده غیرصابونی هم‌کربن با اسید چرب روغن زیتون با زنجیر سیرشده به صورت زیر است:

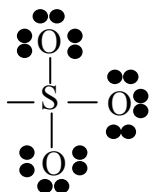


مورد «الف» نادرست است؛ زیرا در آلکیل آن ۲۵ اتم هیدروژن وجود دارد.

مورد «ب» درست است؛ زیرا دارای ۱۵ پیوند $C - C$ و ۳ پیوند $C = C$ است، که در حلقه بنزن قرار دارد. گزینه «پ» درست است.

$$\left. \begin{aligned} C_{18}H_{35}O_2Na &\Rightarrow \text{فرمول مولکولی صابون جامد سیرشده هم‌کربن با آن} \\ C_{18}H_{29}SO_3Na &\Rightarrow \text{فرمول مولکولی پاک‌کننده غیرصابونی} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{تفاوت جرم مولی} = 42$$

گزینه «ت» نادرست است؛ زیرا دارای ۹ جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم‌های اکسیژن است.



(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۵۹. گزینه ۳ درست است.

بررسی موارد:

گزینه ۱ درست است؛ زیرا شیر، ژله و سس مایونز کلئید هستند، پس از توده‌های مولکولی با اندازه متفاوت تشکیل شده‌اند.

گزینه ۲ درست است، محلول نور را عبور می‌دهد ولی شربت معده (سوسپانسیون) نور را پخش می‌کند.

گزینه ۳ نادرست است؛ زیرا مخلوط آب و روغن ناپایدار است و با اضافه کردن صابون پایدار شده ولی ناهمگن است؛ چون یک کلئید است.

گزینه ۴ درست است، اندازه ذرات در کلئید بین محلول و سوسپانسیون است و برخی خواص محلول و برخی خواص سوسپانسیون را دارد.

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۶۰. گزینه ۲ درست است.

بررسی موارد:

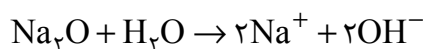
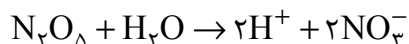
مورد «الف» درست است. محلول یک مولار همه اسیدها رسانای برق است؛ چون در اثر انحلال در آب، یون ایجاد می‌کنند.

مورد «ب» نادرست است؛ زیرا برای کاهش میزان اسیدی بودن خاک یا افزایش pH خاک آهک می‌افزایند.

مورد «پ» درست است. فلزها و گرافیت رسانای الکترونی و محلول سدیم کلرید از نوع رسانای یونی است.

مورد «ت» درست است.

معادله واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:



(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۱. گزینه ۲ درست است.

$$[\text{H}^+] = 2 \times 10^{-1}$$

محلول ۰/۲ مولار نیتریک اسید $\Leftarrow$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = 1 - \log 2 = 0.7$$

$$\text{pH}_{\text{Ba(OH)}_2} - \text{pH}_{\text{HNO}_3} = 12/3$$

$$\Rightarrow \text{pH}_{\text{Ba(OH)}_2} = 13 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-13} \Rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-1} \Leftarrow \text{محلول باریم هیدروکسید}$$

$$\text{mg}_{\text{Ba(OH)}_2} = 25 \text{ mL} \times \frac{10^{-1} \text{ mol OH}^-}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{1 \text{ mol Ba(OH)}_2}{2 \text{ mol OH}^-} \times \frac{171 \text{ g Ba(OH)}_2}{1 \text{ mol Ba(OH)}_2} = 213.75 \text{ mg}$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۲. گزینه ۳ درست است.

$$M = \frac{10 \times a \times d}{M} \quad \text{با توجه به رابطه}$$

$$M = \frac{10 \times 30 \times 1/2}{120} = 3 \quad \text{غلظت مولار}$$

با رقیق کردن یک محلول با آب خالص غلظت آن به همان نسبت کاهش می‌یابد، یعنی حجم محلول ۱۰۰ برابر شده است؛

پس غلظت $\frac{1}{100}$ برابر می‌شود. یعنی غلظت مولار جدید برابر ۰/۰۳ است.

$$[\text{H}^+] = 3 \times 10^{-2} \Rightarrow \text{pH} = -\log(3 \times 10^{-2}) = 1.5$$

$$\text{mg}_{\text{KOH}} = 20 \text{ mL HA} \times \frac{3 \times 10^{-2} \text{ mol HA}}{1 \text{ L}} \times \frac{1 \text{ mol KOH}}{1 \text{ mol HA}} \times \frac{56 \text{ g KOH}}{1 \text{ mol KOH}} \times \frac{100 \text{ g}}{1000 \text{ g}} = 42 \text{ میلی گرم}$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۳. گزینه ۳ درست است.

با توجه به نمودار غلظت اولیه اسید $0.45 + 0.05 = 0.5$

$$\text{g}_{\text{CH}_3\text{COOH}} = 0.2 \text{ L محلول} \times \frac{0.5 \text{ mol CH}_3\text{COOH}}{1 \text{ L محلول}} \times \frac{60 \text{ g CH}_3\text{COOH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{COOH}} = 6 \text{ g}$$

$$\alpha\% = \frac{\text{غلظت (تعداد مول یونش یافته)}}{\text{غلظت (تعداد مول حل شده)}} \times 100 = \frac{0.05}{0.5} \times 100 = 10$$

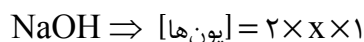
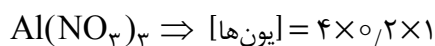
(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۴. گزینه ۳ درست است.

رسانایی الکتریکی به غلظت یون‌ها وابسته است که در حالت کلی از رابطه زیر به دست می‌آید:

درجه یونش $\times$ غلظت مولار $\times$ تعداد یونهای ماده = [یونها]

دو محلول آلومینیم نیترات و سدیم هیدروکسید، به طور کامل به یون تبدیل می شوند؛ پس درجه یونش برابر یک است.



حال برای برابری رسانایی الکتریکی دو محلول باید غلظت یونها برابر باشد.

$$4 \times 0.2 = 2x \Rightarrow x = 0.4 \text{ مولار}$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۵. گزینه ۴ درست است.

بررسی موارد:

با رقیق کردن محلول یک اسید با آب خالص موردهای ۲، ۳ و ۴ افزایش می یابد.

مورد (۱) ثابت یونش K_a تغییر نمی کند چون تنها به دما وابسته است.

مورد (۲) چون محلول رقیق می شود، $[\text{H}^+]$ کم می شود و چون $[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$ است، $[\text{OH}^-]$ افزایش می یابد.

$$\text{پس نسبت } \frac{[\text{OH}^-]}{[\text{H}^+]} \text{ زیاد می شود.}$$

مورد (۳) در اسیدهای ضعیف با کاهش غلظت، درجه یونش افزایش می یابد.

مورد (۴) چون میزان اسیدی بودن $[\text{H}^+]$ کاهش می یابد، پس pH افزایش می یابد.

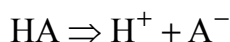
مورد (۵) رسانایی الکتریکی به میزان اسیدی بودن محلول اسید وابسته است، پس کم می شود.

مورد (۶) سرعت واکنش یک فلز با محلول اسید به میزان اسیدی بودن یعنی $[\text{H}^+]$ بستگی دارد، پس آن هم کاهش می یابد.

مورد (۷) مقدار گاز هیدروژن تولیدشده به مول اسید وابسته است که مول اسید تغییر نکرده، پس مقدار هیدروژن تولیدشده تغییر نمی کند.

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۶. گزینه ۲ درست است.



$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} \Rightarrow 5 \times 10^{-10} = \frac{[\text{H}^+]^2}{2 \times 10^{-1}}$$

$$\Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-5} \Rightarrow \text{pH} = 5$$

$$\text{pH} \text{ اختلاف} = 7 \Rightarrow 2 = \text{pH} \text{ آب خالص}$$

(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۷. گزینه ۳ درست است.

$$[\text{OH}^-]_A = 2 \times 10^{-2} > 10^{-7} \Rightarrow \text{A خاصیت بازی دارد}$$

$$[\text{H}^+]_B = 5 \times 10^{-13} < 10^{-7} \Rightarrow \text{B خاصیت بازی دارد}$$

$$[\text{OH}^-]_C = 4 \times 10^{-12} < 10^{-7} \Rightarrow \text{C خاصیت اسیدی دارد}$$

$$[\text{H}^+]_D = 3 \times 10^{-1} > 10^{-7} \Rightarrow \text{D خاصیت اسیدی دارد}$$

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا C خاصیت اسیدی دارد، پس از انحلال لیتیم اکسید در آب حاصل نمی شود.

گزینه (۲) نادرست است.

$$\left. \begin{aligned} [\text{OH}^-]_A = 2 \times 10^{-2} &\Rightarrow [\text{H}^+]_A = 5 \times 10^{-13} \Rightarrow \text{pH} = 12.3 \\ [\text{H}^+]_D = 3 \times 10^{-1} &\Rightarrow \text{pH} = 0.5 \end{aligned} \right\} \text{pH اختلاف} = 11.8$$

گزینه ۳) درست است $\Leftarrow$ هر دو محلول خاصیت بازی دارند، پس کاغذ pH را آبی می‌کنند.
گزینه ۴) نادرست است؛ زیرا محلول C اسید است، پس به‌عنوان ضد اسید استفاده نمی‌شود.
(شیمی (۳) - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۸. گزینه ۱ درست است.

فرمول مولکولی فنانترن $C_{14}H_{10}$ و فرمول مولکولی نفتالن $C_{10}H_8$ است.



مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن در فنانترن برابر -10 و در نفتالن برابر -8 است؛ پس نسبت خواسته‌شده معادل $1/25$ خواهد بود.
(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۹. گزینه ۴ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف» درست است. از آنجا که Zn قدرت کاهندگی بیشتری نسبت به Ag دارد، لذا با قرار دادن تیغه روی در محلول نقره نیترات دمای محلول افزایش می‌یابد.

عبارت «ب» نادرست است؛ زیرا Al کاهنده‌ترین و Au^{3+} اکسنده‌ترین گونه در بین گونه‌های جدول است.

عبارت «پ» درست است. واکنش $2Al + 3Zn^{2+} \rightarrow 2Al^{3+} + 3Zn$ با مبادله ۶ الکترون همراه است.

$$13/5gAl \times \frac{1molAl}{27gAl} \times \frac{6mole^-}{2molAl} \times \frac{6/02 \times 10^{23}e}{1mole^-} = 9/03 \times 10^{23}e^-$$

عبارت «ت» نادرست است؛ زیرا emf سلول‌های گالوانی «نقره - طلا» و «آلومینیوم - روی» کمتر از یک ولت است.
(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۰. گزینه ۳ درست است.

بررسی موارد:

(۱) نادرست است؛ زیرا هم سلول اولیه و هم سلول حاصل، نیروی الکترو موتوری بیش از یک ولت دارند.

$$emf_1 = 0/34 - (-0/76) = 1/1V$$

$$emf_2 = 0/8 - (-0/44) = 1/24V$$

(۲) نادرست است؛ زیرا واکنش کلی سلول ایجادشده به‌صورت $Fe + 2Ag^+ \rightarrow Fe^{2+} + 2Ag$ است که در آن شیب تغییر غلظت کاتیون در کاتد دو برابر شیب تغییر غلظت کاتیون در آنود است.

(۳) درست است. به‌ازای مصرف ۱ مول Fe در آنود، ۲ مول Ag در کاتد ایجاد می‌شود.

$$\frac{2 \times 108}{56} \cong 3/85$$

(۴) نادرست است؛ زیرا AgCl ترکیبی نامحلول در آب است و نمی‌تواند به‌عنوان الکترولیت در نیم‌سلول نقره به‌کار رود.
(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۱. گزینه ۳ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

(الف) درست است. برق‌کافت و آبکاری از مهمترین کاربردهای الکتروشیمی در قلمرو تولید مواد هستند.

(ب) نادرست است؛ زیرا در تولید باتری لیمویی باید از دو تیغه با جنس‌های متفاوت استفاده کرد.

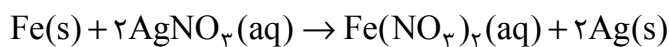
(پ) درست است. در واکنش $2Mg + O_2 \rightarrow 2MgO$ عدد اکسایش اکسیژن از صفر به $+2$ و در واکنش $O_2 + 2F_2 \rightarrow 2OF_2$ عدد اکسایش اکسیژن از صفر به $+2$ رسیده است.

(ت) نادرست است؛ زیرا واکنش کلی به‌صورت $Zn + Ag_2O \rightarrow ZnO + 2Ag$ است.

ث) درست است. در واکنش $H_2SO_4 + NaOH \rightarrow Na_2SO_4 + H_2O$ عدد اکسایش همه اتم‌ها ثابت می‌ماند.
(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۲. گزینه ۲ درست است.

معادله پس از موازنه به صورت زیر درمی‌آید:



به ازای مصرف دو مول نقره نیترات، ۵۶ گرم از جرم تیغه آهن کاسته و به جای آن $(216 \times \frac{a}{100})$ گرم به جرم تیغه افزوده می‌شود.

$$0.2 = \frac{\text{مول}}{0.5} \Rightarrow 0.1 \text{ mol } AgNO_3 \text{ مصرف شده}$$

$$29.6 - 24.3 = 5.3 \text{ g افزایش جرم تیغه}$$

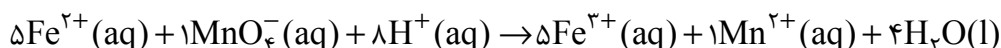
$$0.1 \text{ mol } AgNO_3 \times \frac{(216a - 56) \text{ g}}{2 \text{ mol } AgNO_3} = 5.3 \Rightarrow a = 75$$

پس ۷۵ درصد از فلز نقره روی تیغه آهن رسوب کرده است.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۳. گزینه ۴ درست است.

معادله پس از موازنه به صورت زیر درمی‌آید:



مجموع ضرایب گونه‌ها پس از موازنه برابر ۲۴ است.

$$0.2 \text{ mol } Fe^{2+} \times \frac{4 \text{ mol } H_2O}{5 \text{ mol } Fe^{2+}} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 2.88 \text{ g } H_2O$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۴. گزینه ۱ درست است.

بررسی موارد:

فقط مورد دوم درست است.

مورد اول نادرست است؛ زیرا بخار آب از کاتد سلول سوختی خارج می‌شود.

مورد سوم نادرست است؛ زیرا یکی از چالش‌های مهم در محلول سوختی تأمین سوخت (H_2) است.

مورد چهارم نادرست است؛ زیرا گاز A (H_2) در این سلول کاهنده و گاز C (O_2) در آن اکسنده است.

مورد پنجم نادرست است؛ زیرا سلول سوختی برخلاف باتری‌ها قادر به ذخیره انرژی شیمیایی نیست.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۵. گزینه ۴ درست است.

فرض می‌کنیم a مول $CaBr_2$ و b مول $NaBr$ داریم. بر اثر برقکافت هر مول $CaBr_2$ یک مول Br_2 و بر اثر برقکافت هر مول $NaBr$ ، ۰/۵ مول Br_2 تولید می‌شود.

$$\begin{cases} 200a + 103b = 91.5 \\ a + 0.5b = 0.45 \end{cases} \Rightarrow a = 0.2, b = 0.5$$

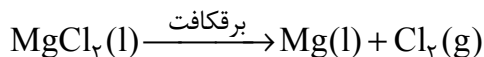
بر اثر برقکافت ۰/۲ مول $CaBr_2$ ، ۰/۲ مول کلسیم (۸ گرم) و بر اثر برقکافت ۰/۵ مول $NaBr$ ، ۰/۵ مول سدیم (۱۱/۵ گرم) تولید می‌شود.

$$\frac{Na}{Ca} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم}} = \frac{11.5}{8} \approx 1.44$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۶. گزینه ۳ درست است.

در یکی از مراحل استخراج منیزیم از آب دریا، منیزیم کلرید مذاب را برقکافت می‌کنند تا Mg در کاتد و Cl_۲ در آند تولید شود.

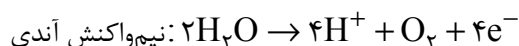
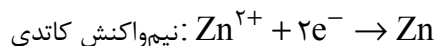


(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۷. گزینه ۲ درست است.

بررسی مطالب:

نیم واکنش‌های انجام‌شده در آند و کاتد عبارت است از:



(۱) درست است. در کاتد فلز روی و در آند گاز اکسیژن تولید می‌شود.

(۲) درست است. H⁺ تولید شده در آند و F⁻ واکنش نداده و در سلول تولید محلول HF می‌کنند که اسیدی ضعیف است.

گزینه (۳) نادرست است؛ زیرا در این سلول Zn(OH)_۲ تشکیل نمی‌شود.

(۴) نادرست است؛ زیرا emf سلول برابر ۱/۹۹- ولت است.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۸. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا حلی در ظروف بسته‌بندی مواد غذایی کاربرد دارد.

گزینه (۲) نادرست است؛ زیرا بر اثر خراش نیم‌واکنش اکسایش به صورت Fe → Fe^{۲+} + ۲e⁻ است.

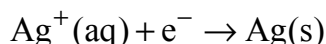
گزینه (۳) درست است. نیم‌واکنش کاهش در فرآیند خوردگی در محیط اسیدی به صورت O_۲ + ۴H⁺ + ۴e⁻ → ۲H_۲O است.

گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا Fe کاهنده و O_۲ اکسنده و H_۲O الکترولیت است.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۷۹. گزینه ۲ درست است.

با توجه به نیم‌واکنش‌های انجام‌شده، داریم:



$$20 \text{ قاشق} \times \frac{0.162 \text{ g Ag}}{1 \text{ قاشق}} \times \frac{1 \text{ mol Ag}}{108 \text{ g Ag}} \times \frac{1 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol Ag}} \times \frac{1 \text{ mol CH}_4}{4 \text{ mole}^-} \times \frac{16 \text{ g CH}_4}{1 \text{ mol CH}_4} \times \frac{100}{80} = 0.75 \text{ g}$$

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۸۰. گزینه ۲ درست است.

بررسی مطالب:

E°(B^{۲+}/B) برابر ۰/۳۱V و E°(A^{۲+}/A) برابر ۰/۵۸V است.

مطلب ۱ نادرست است؛ محلول نمک‌های A را نمی‌توان در ظرف B نگهداری کرد، زیرا قدرت کاهندگی B از A بیشتر است.

مطلب ۲ درست است. به دلیل کوچک‌تر بودن E°(B^{۲+}/B) نسبت به E°(A^{۲+}/A)، فلز B از فلز A کاهنده‌تر است.

مطلب ۳ نادرست است؛ فلز A برای حفاظت کاتدی آهن مناسب نیست؛ زیرا در حفاظت کاتدی آهن به فلزی نیاز داریم که از آهن کاهنده‌تر باشد.

مطلب ۴ نادرست است؛ زیرا کاتیون‌ها از دیواره متخلخل (مدار داخلی) از نیم‌سلول آند به سمت کاتد حرکت می‌کنند.

(شیمی (۳) - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان بخش آموزش کشور

بسمه تعالی



قابل توجه دانش آموزان متقاضی شرکت در آزمون های آزمایشی مرحله ای و جامع

تسهیلات ویژه استفاده از فیلم های آموزشی سنجشینه ویژه دانش آموزان پایه دهم،

یازدهم، دوازدهم و داوطلبان کنکور سراسری سال ۱۴۰۴

(گروه علوم ریاضی و فنی و علوم تجربی)

به اطلاع می‌رساند، شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور، نسبت به تولید ویدئوهای آموزشی با کیفیت برای گروه علوم ریاضی و فنی و گروه علوم تجربی در قالب بسته‌های آموزشی، ویژه داوطلبان آزمون‌های آزمایشی سنجش به صورت طبقه‌بندی شده منطبق بر بودجه‌بندی آزمون‌ها جهت ایجاد آمادگی دانش‌آموزان برای شرکت در این آزمون‌ها اقدام، و بستر آموزشی ویدئویی را برای ایجاد آمادگی دانش‌آموزان به‌منظور شرکت در آزمون‌های آزمایشی و کنکور سراسری و امتحانات نهایی راه اندازی نموده است.

نحوه دسترسی به محتوای آموزشی:

دانش‌آموزانی که در آزمون‌های آزمایشی سنجش (مرحله‌ای یا جامع) شرکت می‌نمایند، می‌توانند در هنگام ثبت‌نام بسته مربوط به همان مرحله آزمون را همراه با آموزش ویدئویی خریداری نمایند و ضمن استفاده از **تخفیف خرید بسته آموزشی** به کلیه دروس مربوط به آن مرحله که براساس بودجه‌بندی آزمون‌های آزمایشی سنجش آماده شده است دسترسی داشته و خود را برای شرکت در آزمون‌های آزمایشی آماده نمایند.

نکته: بسته آموزشی ویدئویی هر مرحله، بیست روز قبل از برگزاری هر آزمون بر روی سایت فعال می‌شود. همچنین این بسته‌ها همراه هر آزمون جهت آمادگی دانش‌آموزان برای شرکت در آزمون‌های آزمایشی ارائه می‌شود. و پس از پایان ثبت نام هر مرحله آزمون، امکان دسترسی به این بسته‌ها به صورت جداگانه وجود ندارد.

نحوه ثبت نام:

آزمون‌های آزمایشی سنجش همراه با آموزش ویدئویی :

آن دسته از دانش‌آموزانی که در آزمون‌های آزمایشی سنجش (مرحله‌ای یا جامع) شرکت می‌نمایند، در صورت تمایل به استفاده از بسته‌های آموزشی لازم است با توجه به دستورالعمل ثبت‌نام آزمون‌های آزمایشی سنجش (مرحله‌ای یا جامع) در هنگام ثبت‌نام در سایت اینترنتی شرکت به نشانی www.sanjeshserv.ir پس از تکمیل اطلاعات درخواستی در بخش داشبورد قسمت آزمون‌های آزمایشی **بسته مربوط به آزمون همان مرحله را همراه با آموزش ویدئویی** خریداری نمایند که در این صورت بدیهی است به کلیه دروس مربوط به آن مرحله که براساس بودجه‌بندی آزمون‌های آزمایشی سنجش آماده شده است دسترسی خواهند داشت. دانش‌آموزان گرامی در صورت داشتن هرگونه سؤال درخصوص قیمت بسته‌ها و جهت کسب اطلاعات بیشتر، به سایت www.sanjeshserv.ir مراجعه و یا با خط ویژه ۰۲۱-۴۲۹۶۶ (صدای داوطلب) تماس حاصل نمایند.

شرکت تعاونی خدمات آموزشی
کارکنان سازمان بخش آموزش کشور

با تسهیلات و
تخفیفات ویژه

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور



منطبق بر
بودجه‌بندی

آمارگی بیشتر در هر مرحله‌ی آزمون آزمایشی با مجموعه فیلم‌های آموزشی سنجشینه



ویژه دانش‌آموزان پایه دهم، یازدهم، دوازدهم و داوطلبان کنکور سراسری سال ۱۴۰۴



صدای داوطلب

۰۲۱ - ۴۲ ۹۶۶

ثبت‌نام گروهی دبیرستان‌ها

۰۲۱ - ۸۸۸ ۴۴ ۷۹۱ - ۳

ثبت‌نام اینترنتی

sanjeshserv.ir