



آزمون ۴ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم – مرحله دوم (۱۴۰۳/۰۸/۱۸)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



@sanjesheducationgroup



@sanjeshserv

کانال های ارتباطی:

ریاضیات

۱. گزینه ۱ درست است.

$$\sin x = s : \cos x = c$$

$$a s^2 + 4c^2 = 6$$

$$a(1 - c^2) + 4c^2 = 6 \rightarrow$$

$$a - ac^2 + 4c^2 = 6 \rightarrow$$

$$c^2(4 - a) = 6 - a$$

$$c^2 = \frac{6 - a}{4 - a} \rightarrow 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

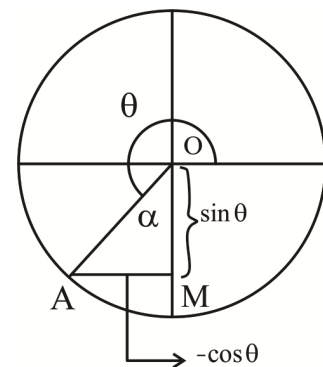
$$\tan^2 x = \frac{4 - a}{6 - a} - 1 = \frac{4 - a - 6 + a}{6 - a} = \frac{-2}{6 - a}$$

(سطح دشواری: آسان)

۲. گزینه ۳ درست است.

چون نقطه A روی دایره مثلثاتی واقع شده است؛ پس:

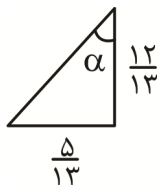
$$A \begin{cases} 1 - 3x = \cos \theta \\ -2x = \sin \theta \end{cases}$$



$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \Rightarrow (1 - 3x)^2 + (-2x)^2 = 1$$

$$9x^2 - 6x + 1 + 4x^2 = 1 \Rightarrow 13x^2 - 6x = 0 \begin{cases} x = 0 & \text{غ ق ق} \\ x = \frac{6}{13} \end{cases}$$

$$A \begin{cases} \frac{-5}{13} = \cos \theta \\ \frac{-12}{13} = \sin \theta \end{cases}$$



$$\tan \alpha = \frac{\frac{5}{13}}{\frac{12}{13}} = \frac{5}{12}$$

برای مثلث OAM داریم:

(سطح دشواری: متوسط)

۳. گزینه ۲ درست است.

$$\frac{\cos^4 15^\circ + 4 \sin^2 15^\circ}{1 + \sin^2 15^\circ} + \frac{\sin^4 15^\circ + 4 \cos^2 15^\circ}{1 + \cos^2 15^\circ}$$

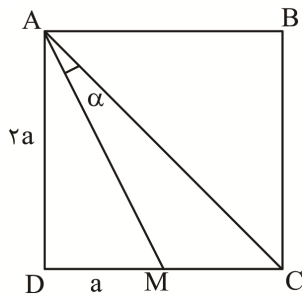
ابتدا صورت‌های کسر را جداگانه ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\cos^4 15^\circ + 4 \sin^2 15^\circ &= (1 - \sin^2 15^\circ)^2 + 4 \sin^2 15^\circ = (1 + \sin^2 15^\circ)^2 \\ \sin^4 15^\circ + 4 \cos^2 15^\circ &= (1 - \cos^2 15^\circ)^2 + 4 \cos^2 15^\circ = (1 + \cos^2 15^\circ)^2 \\ \frac{(1 + \sin^2 15^\circ)^2}{1 + \sin^2 15^\circ} + \frac{(1 + \cos^2 15^\circ)^2}{1 + \cos^2 15^\circ} &= (1 + \sin^2 15^\circ) + (1 + \cos^2 15^\circ) \\ &= 2 + \sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ = 3\end{aligned}$$

(سطح دشواری: متوسط)

۴. گزینه ۳ درست است.

ضلع مربع را $2a$ فرض می‌کنیم؛ پس:



$$AM = a\sqrt{5}$$

$$AC = 2a\sqrt{2}$$

$$S_{AMD} = \frac{1}{2} AD \cdot MD = \frac{1}{2} \times 2a \times a = a^2$$

$$S_{AMC} = \frac{1}{2} AM \cdot AC \cdot \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{2} a\sqrt{5} \times 2a\sqrt{2} \sin \alpha = \sqrt{10} a^2 \sin \alpha$$

$$a^2 = \sqrt{10} a^2 \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha \Rightarrow \cot \alpha = 3, \tan \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{10}{3}$$

(سطح دشواری: متوسط)

۵. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{aligned}\sin^3 x + \cos^3 x &= (\sin x + \cos x)(\sin^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x) \\ &= (\sin x + \cos x)(1 - \sin x \cos x)\end{aligned}$$

$$\tan x + \cot x = -4 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = -4 \Rightarrow \frac{1}{\sin x \cos x} = -4$$

$$\sin x \cos x = -\frac{1}{4}$$

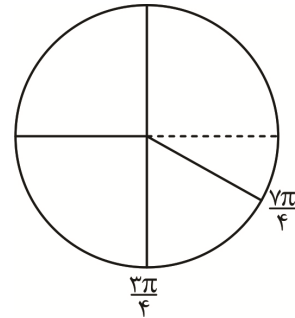
از طرفی:

$$B = \sin x + \cos x \Rightarrow B^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow B^2 = 1 + 2 \times \frac{-1}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow B = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$6\pi < 4x < 7\pi \Rightarrow \frac{3\pi}{2} < x < \frac{7\pi}{4} \Rightarrow \sin x + \cos x < 0$$

$$B = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$



پس به این ترتیب داریم:

$$A = \frac{1}{-\frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 + \frac{1}{4}\right)} \Rightarrow A = \frac{1}{-\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{5}{4}} = \frac{-8}{5\sqrt{2}} = \frac{-4\sqrt{2}}{5}$$

(سطح دشواری: دشوار)

۶. گزینه ۴ درست است.

$$A = \frac{(1 - \cot \frac{\pi}{5})(1 + \tan \frac{\pi}{5})}{(1 + \cot \frac{6\pi}{5})(1 - \tan \frac{6\pi}{5})} = \frac{1 + \tan \frac{\pi}{5} - \cot \frac{\pi}{5} - \tan \frac{\pi}{5} \cot \frac{\pi}{5}}{1 - \tan \frac{6\pi}{5} + \cot \frac{6\pi}{5} - \tan \frac{6\pi}{5} \cot \frac{6\pi}{5}}$$

$$A = \frac{\cancel{1} + \tan \frac{\pi}{5} - \cot \frac{\pi}{5} - \cancel{1}}{\cancel{1} - \tan \frac{6\pi}{5} + \cot \frac{6\pi}{5} - \cancel{1}} \Rightarrow A = \frac{\tan \frac{\pi}{5} - \cot \frac{\pi}{5}}{-\tan \frac{6\pi}{5} + \cot \frac{6\pi}{5}}$$

$$A = \frac{\tan \frac{\pi}{5} - \cot \frac{\pi}{5}}{\tan \frac{\pi}{5} - \cot \frac{\pi}{5}} = 1$$

(سطح دشواری: متوسط)

۷. گزینه ۴ درست است.

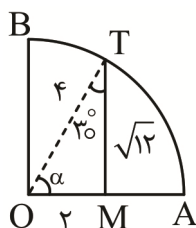
$$\frac{2 \cos 115^\circ - 3 \cos 205^\circ}{3 \sin 245^\circ + 2 \sin 155^\circ} = \frac{2 \cos(90^\circ + 25^\circ) - 3 \cos(180^\circ + 25^\circ)}{3 \sin(270^\circ - 25^\circ) + 2 \sin(180^\circ - 25^\circ)}$$

$$= \frac{-2 \sin 25^\circ + 3 \cos 25^\circ}{-3 \cos 25^\circ + 2 \sin 25^\circ} = -1$$

(سطح دشواری: متوسط)

۸. گزینه ۲ درست است.

در مثلث OTM ضلع OM نصف وتر OT است؛ پس $T = 30^\circ$ و $\alpha = 60^\circ$ لذا:



$$S_1 = S_{\text{OBT}} + S_{\Delta \text{OTM}} = \frac{1}{2} R^2 \theta + \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{12}$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \times 16 \times \frac{\pi}{6} + \sqrt{12} = \frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}$$

$$S_2 = \text{مساحت ربع دایره} - S_1 = \frac{1}{4} \pi \times 16 - \left(\frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3} \right)$$

$$= 4\pi - \frac{4\pi}{3} - 2\sqrt{3} = \frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}$$

$$S_1 = \frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}, S_2 = \frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}$$

$$\frac{S_2 + \sqrt{12}}{S_1 - \sqrt{12}} = \frac{\frac{8\pi}{3}}{\frac{4\pi}{3}} = 2$$

(سطح دشواری: دشوار)

۹. گزینه ۱ درست است.

$$b - a = \frac{\pi^2}{3} \xrightarrow{\text{اکیداً صعودی}} T = \frac{\pi^2}{3} = \frac{\pi}{\frac{m}{\pi}} \rightarrow |m| = 3$$

$$\frac{f(x) = 1 - \frac{1}{2} \tan\left(\frac{m}{\pi} x\right)}{\text{اکیداً صعودی}} \rightarrow m = -3 \Rightarrow f(x) = 1 - \frac{1}{2} \tan\left(\frac{-3}{\pi} x\right) \rightarrow$$

$$f\left(\frac{m\pi^2}{36}\right) = f\left(\frac{-3\pi^2}{36}\right) = f\left(\frac{-\pi^2}{12}\right) = 1 - \frac{1}{2} \tan\left(\frac{-3}{\pi} \times \frac{-\pi^2}{12}\right) = 1 - \frac{1}{2} \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

(سطح دشواری: دشوار)

۱۰. گزینه ۳ درست است.

$$f(x) = a \cos\left(\frac{\pi}{3} x\right) + 2b \xrightarrow[\text{شروع از } x=0]{\text{صعودی}} a < 0$$

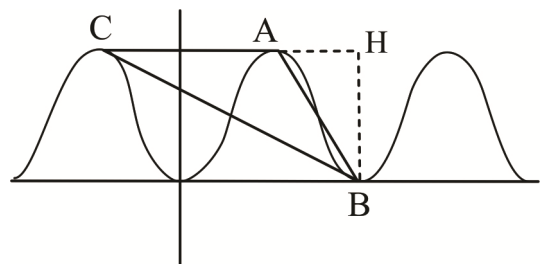
$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{3}\right|} = 6$$

$$y_{\min} = 0 \rightarrow -|a| + 2b = 0 \xrightarrow{a < 0} a + 2b = 0$$

$$S_{ABC} = \frac{AC \times BH}{2} \xrightarrow{AC=T=6, BH=y_{\max}} 12 = \frac{6 \times y_{\max}}{2} \Rightarrow y_{\max} = 4 \rightarrow |a| + 2b = 4 \xrightarrow{a < 0} -a + 2b = 4$$

$$\begin{cases} a + 2b = 0 \\ -a + 2b = 4 \end{cases} \rightarrow a = -2, b = 1 \rightarrow ab = -2$$

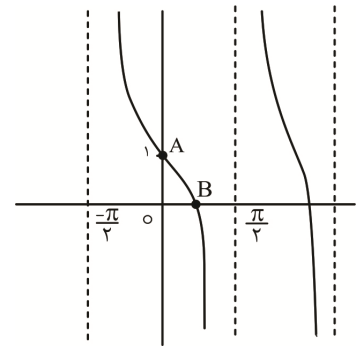
(سطح دشواری: متوسط)



۱۱. گزینه ۱ درست است.

$$f(x) = a \cot\left(cx - \frac{\pi}{2}\right) + b$$

$$T = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi = \frac{\pi}{|c|} \rightarrow |c| = 1$$



حالت اول:

$$c = 1 \rightarrow f(x) = a \cot\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + b = -a \tan(x) + b$$

$$B \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow 1 = b$$

$$A \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow 0 = -a\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + 1 \rightarrow a = \sqrt{3} \Rightarrow \left[\frac{ac}{b}\right] = 1$$

حالت دوم:

$$c = -1 \rightarrow f(x) = a \cot\left(-x - \frac{\pi}{2}\right) + b = a \tan x + b$$

$$B \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow 1 = b$$

$$A \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow 0 = a\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + 1 \rightarrow a = -\sqrt{3} \Rightarrow \left[\frac{ac}{b}\right] = 1$$

(سطح دشواری: دشوار)

۱۲. گزینه ۳ درست است.

$$(2x)^2 = (7x - 2)(x + 1)$$

$$4x^2 = 7x^2 + 5x - 2 \rightarrow 3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$\Delta = 49 \rightarrow x = \frac{-5 \pm 7}{6} \begin{cases} x = -2 \xrightarrow{7x-2, 2x, x+1} -16, -4, -1 \\ x = \frac{1}{3} \xrightarrow{7x-2, 2x, x+1} \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3} \end{cases}$$

دوره تناوب عددی مثبت است؛ پس دوره تناوب $\frac{4}{3} =$ و ماکزیمم $\frac{2}{3} =$ و مینیمم $\frac{1}{3} =$ است.

$$c = \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} = \frac{1}{2}$$

(سطح دشواری: آسان)

۱۳. گزینه ۴ درست است.

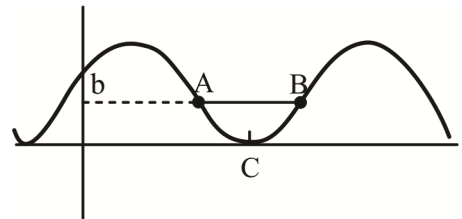
$$f(x) = a \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 1 \rightarrow y_{\min} = 0 \rightarrow$$

$$-|a| + 1 = 0 \rightarrow |a| = 1 \xrightarrow[\text{شروع از } x=0 \text{ صعودی}]{a>0} a = 1$$

$$f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 1 \rightarrow \text{نقطه } c = \frac{3}{4}T \Rightarrow$$

$$x_c = \frac{3}{4} \times \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{2}|} = 3 \xrightarrow[\text{فاصله } \frac{3}{4} = AB]{\text{}} \begin{cases} x_B = 3 + \frac{2}{3} = \frac{11}{3} \\ x_A = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3} \end{cases}$$

$$b = f\left(\frac{7}{3}\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) + 1 = -\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$$



(سطح دشواری: متوسط)

۱۴. گزینه ۳ درست است.

در مثلث قائم الزاویه ADM، DP ارتفاع نظیر وتر است. بنابراین:

$$DP^2 = MP \times AP \Rightarrow DP^2 = 4 \times 9 = 36$$

$$\Rightarrow DP = 6$$

از طرفی دیگر مثلث‌های قائم الزاویه ADM و DCQ هم‌نهشتند؛ زیرا:

$$\hat{A}_1 = \hat{D}_1 \text{ و } AD = CD$$

بنابراین:

$$DQ = AM \Rightarrow DP + PQ = 4 + 9 \Rightarrow 6 + PQ = 13$$

$$\Rightarrow PQ = 7$$

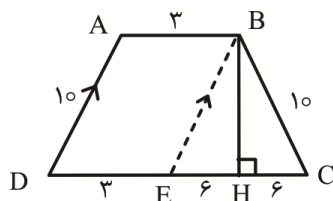
(سطح دشواری: متوسط)

۱۵. گزینه ۲ درست است.

ابتدا اندازه ارتفاع دوزنقه را به روش زیر حساب می‌کنیم:

$$BH^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow BH = 8$$

پس اندازه ارتفاع دوزنقه برابر ۸ است.



با توجه به شکل روبه‌رو و در نظر گرفتن قضیه تالس خواهیم داشت:

$$\frac{MN}{MP} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{MN}{MN + NP} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{MN + 8} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

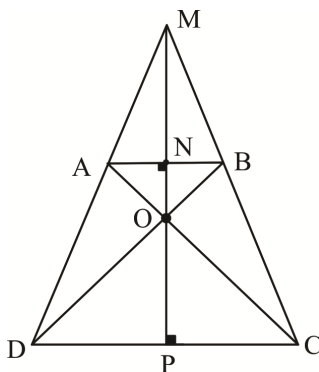
$$\Rightarrow 5MN = MN + 8 \Rightarrow 4MN = 8$$

$$\Rightarrow MN = 2$$

از طرفی دیگر مثلث‌های OAB و OCD متشابه‌اند؛ بنابراین:

$$\frac{ON}{OP} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{ON}{8 - ON} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5ON = 8 - ON$$

$$\Rightarrow 6ON = 8 \Rightarrow ON = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$



بنابراین:

$$OM = ON + NM = \frac{3}{4} + 2 = \frac{11}{4}$$

(سطح دشواری: دشوار)

۱۶. گزینه ۱ درست است.

$$A = [i - 2j]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -7 & 8 \end{bmatrix} A - 2B \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} A = B \left(\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -7 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & -2 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \right) A$$

$$= B \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} A$$

$$|B \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -7 & 4 \end{bmatrix} A| = |B| \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ -7 & 4 \end{vmatrix} |A| = (2)(5)(2) = 20$$

(سطح دشواری: متوسط)

۱۷. گزینه ۴ درست است.

$$|2A| = |A|^2 + 4 \Rightarrow 4|A| = |A|^2 + 4|A|^2 - 4|A| + 4 = 0 \Rightarrow (|A| - 2)^2 = 0 \Rightarrow |A| = 2$$

$$2A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A - I = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow |A - I| = 1$$

(سطح دشواری: آسان)

۱۸. گزینه ۱ درست است.

با توجه به اینکه:

$$|A| = x^2 + x - 2x^2 - x = -x^2$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{x^2} \begin{bmatrix} x & -x \\ -2x-1 & x+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{-x}{x^2} = 3 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

بنابراین:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow \text{جمع درایه‌ها} = \frac{1}{3}$$

(سطح دشواری: متوسط)

۱۹. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{aligned} A^{-1}B &= \begin{bmatrix} -1 & -8 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times A} B = A \begin{bmatrix} -1 & -8 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \\ 2A + B &= \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A + A \begin{bmatrix} -1 & -8 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow A(2I + \begin{bmatrix} -1 & -8 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}) &= \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow A \begin{bmatrix} 1 & -8 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow A &= \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & -8 \\ 1 & 6 \end{bmatrix} \right)^{-1} \\ &= \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \times \frac{1}{15} \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{15} \begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{15} \begin{bmatrix} 30 & 45 \\ 15 & 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(سطح دشواری: متوسط)

۲۰. گزینه ۳ درست است.

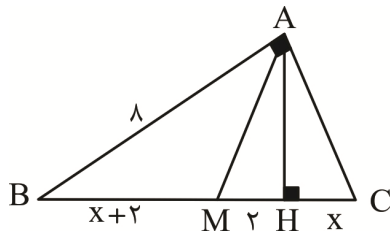
اگر $X_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ جواب دستگاه اول و $X_2 = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}$ جواب دستگاه دوم باشد، آنگاه با توجه به مقادیر ثابت دو معامله درمی‌یابیم که $x_2 = \frac{x_1}{2}$ و $y_2 = \frac{y_1}{2}$ است.
بنابراین:

$$\begin{aligned} X_1 - X_2 &= \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{x_1}{2} \\ \frac{y_1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{cases} x_1 - \frac{x_1}{2} = 2 \\ y_1 - \frac{y_1}{2} = 1 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} \frac{x_1}{2} = 2 \\ \frac{y_1}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

(x_1, y_1) جواب دستگاه اول است؛ بنابراین باید در دستگاه اول صدق کند.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = 2 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = 2 \\ 2b + 4a = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 1 \\ 2b + a = 3 \end{cases} \Rightarrow 3a + 3b = 4 \\ \Rightarrow a + b &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

(سطح دشواری: دشوار)



۲۱. گزینه ۳ درست است.

اگر اندازه CH را برابر x در نظر بگیریم،
با توجه به شکل و روابط طولی در مثلث قائم الزاویه خواهیم داشت:

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 64 = (x+4)(2x+4)$$

$$\Rightarrow (x+4)(x+2) = 32 \Rightarrow x^2 + 6x + 8 = 32 \Rightarrow x^2 + 6x - 24 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 96}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{33}}{2} = \frac{-6 \pm 2\sqrt{33}}{2}$$

$$\Rightarrow x = -3 \pm \sqrt{33} \xrightarrow{x > 0} x = \sqrt{33} - 3$$

$$\Rightarrow BC = 2x + 4 = 2(\sqrt{33} - 3) + 4 = 2\sqrt{33} - 2 = 2(\sqrt{33} - 1)$$

(سطح دشواری: متوسط)

۲۲. گزینه ۳ درست است.

$$\Delta BFD : AM \parallel DF \Rightarrow \frac{AB}{AF} = \frac{BM}{DM} \xrightarrow{BM=CM} \frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AE} \Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{AB}{AC}$$

$$\Delta AMC : DE \parallel AM \Rightarrow \frac{CM}{DM} = \frac{AC}{AE}$$

(سطح دشواری: متوسط)

۲۳. گزینه ۱ درست است.

اگر تعداد عضوهای A را با n نشان دهیم، آنگاه:

$$2^n + 768 = 2^{n+2} \Rightarrow 2^2 \times 2^n - 2^n = 768 \Rightarrow 3 \times 2^n = 768$$

$$\Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow n = 8 \Rightarrow n' = 8 - 2 = 6$$

$$\Rightarrow 2^6 = 64 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه جدید}$$

$$256 - 64 = 192$$

(سطح دشواری: متوسط)

۲۴. گزینه ۴ درست است.

گزینه (۱) گزاره‌ای درست است:

$$A - B' = A \cap (B')' = A \cap B = A$$

گزینه (۲) گزاره‌ای درست است:

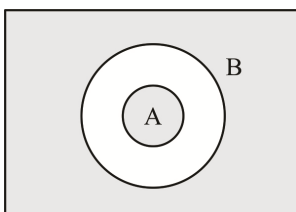
$$(A' - B') = (A' \cap B')' = A \cup B = B$$

گزینه (۳) گزاره‌ای درست است:

$$A \cap B' = A - B = \emptyset$$

گزینه (۴) با توجه به نمودار ون گزاره‌ای نادرست است:

$$A \cup B' \neq U$$



(سطح دشواری: آسان)

۲۵. گزینه ۳ درست است.

$$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B$$

با توجه به این که مجموعه A دو عضوی است؛ پس مجموعه B نیز باید دو عضوی باشد؛ بنابراین:

$$z+1=3 \text{ یا } z+1=8 \Rightarrow z=2 \text{ یا } z=7$$

حالا دو حالت مختلف امکان پذیر است:

$$\begin{aligned} \{x+1, y^2-1\} &= \{3, 8\} \\ \Rightarrow \begin{cases} x+1=3 \\ y^2-1=8 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} x+1=8 \\ y^2-1=3 \end{cases} \\ \begin{cases} x=2 \\ y^2=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=\pm 3 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} x=7 \\ y^2=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=7 \\ y=\pm 2 \end{cases} \end{aligned}$$

با توجه به این محاسبات، ۸ حالت زیر وجود دارد:

x	y	z	x+y+z
۲	۳	۲	۷
۲	-۳	۲	۱
۷	۲	۲	۱۱
۷	-۲	۲	۷
۲	۳	۷	۱۲
۲	-۳	۷	۶
۷	۲	۷	۱۶

در میان گزینه ها $x+y+z$ فقط عدد ۱۳ نمی تواند باشد.

(سطح دشواری: دشوار)

۲۶. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{aligned} \begin{cases} a \mid 3n+5 \\ a \mid 2n^2-1 \end{cases} &\xrightarrow{\times(3n-5)} \begin{cases} a \mid 9n^2-25 \\ a \mid 2n^2-1 \end{cases} \xrightarrow[\times 9]{\times 2} \begin{cases} a \mid 18n^2-50 \\ a \mid 18n^2-9 \end{cases} \\ \Rightarrow a \mid (18n^2-9) - (18n^2-50) &\Rightarrow a \mid -9+50 \Rightarrow a \mid 41 \\ \xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a=1 \text{ یا } a=41 \end{aligned}$$

(سطح دشواری: متوسط)

۲۷. گزینه ۴ درست است.

از آنجا که $p-q+r=4$ عددی زوج است؛ پس امکان ندارد که هر سه عدد r, q, p اعدادی فرد باشند؛ بنابراین دو عدد فرد و یکی زوج است. تنها عدد اول زوج، عدد ۲ است؛ پس $r=2$ و در نتیجه $p-q=2$ است. بزرگ ترین اعداد اول دو رقمی که تفاضل آنها برابر ۲ باشد، اعداد ۷۱ و ۷۳ هستند؛ بنابراین $p=73$ و $q=71$ است.

$$\Rightarrow p+q-r=73+71-2=142$$

(سطح دشواری: متوسط)

۲۸. گزینه ۱ درست است.

اگر b, m, m اعداد ۴۷۳ و ۲۵۸ را d بنامیم، آنگاه:

$$(473, 258) = d \Rightarrow \begin{cases} d \mid 473 \\ d \mid 258 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d \mid 473r \\ d \mid 258s \end{cases} (r, s, \in, \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow d \mid 473r + 258s \Rightarrow 473r + 258s = kd \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow \{473r + 258s : r, s \in \mathbb{Z}\} = \{\dots, -d, 0, d, 2d, 3d, \dots\}$$

کوچکترین عضو این مجموعه همان d یعنی ب. م. م. 473 و 258 است:

$$d = (473, 258) = (43 \times 11, 43 \times 6) = 43$$

حالا باید باقی مانده تقسیم (-57) بر 43 را پیدا کنیم:

$$\begin{cases} -57 = 43q + r \\ 0 \leq r < 43 \end{cases}$$

q	...	0	-1	-2	-3	...
r	...	-57	-14	29	72	...

با توجه به جدول $r = 29$ است.

(سطح دشواری: متوسط)

۲۹. گزینه ۳ درست است.

اگر a عددی فرد باشد، آنگاه $(a, 2^n) = 1$ است؛ بنابراین:

$$(a, 16) = (a, 2^4) = 1 \Rightarrow [a, 16] = 16a$$

$$\Rightarrow 1 + 16a = 209 \Rightarrow 16a = 208 \Rightarrow a = \frac{208}{16} = 13$$

حالا باید تعداد اعداد دو رقمی مضرب 13 را پیدا کنیم:

بنابراین 7 عدد دو رقمی مضرب 13 وجود دارد.

(سطح دشواری: متوسط)

۳۰. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{cases} a = 55q + 9 \\ a = 54q' + 23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5(11q) + 9 = 5k + 9 = 5m + 4 \\ a = 6(9q') + 23 = 6k' + 23 = 6n + 5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\xrightarrow{\times 6} \begin{cases} 6a = 30m + 24 \\ 6a = 30n + 25 \end{cases} \Rightarrow 6a - 5a = 30m + 24 - 30n - 25 \\ &\xrightarrow{\times 5} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = 30 \underbrace{(m - n)}_t - 1 = 30t - 1 = 30t' + 29$$

(سطح دشواری: دشوار)

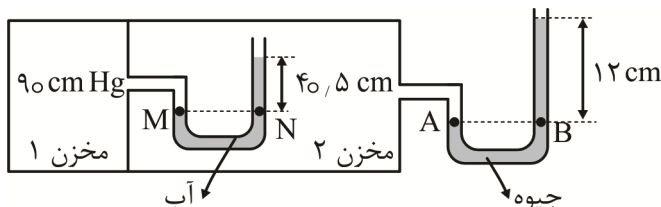
فیزیک

۳۱. گزینه ۱ درست است.

گام اول: ابتدا فشار آب را برحسب cmHg به دست می آوریم:

$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times 40 / 5 = 13 / 5 \times h \Rightarrow h = 3 \text{ cm}$$

پس فشار آب 3 cmHg است.



حال طبق اصل هم فشاری مایعات داریم:

$$P_M = P_N \Rightarrow P_{g_1} = P_{\text{آب}} + P_{g_2} \Rightarrow 90 = 3 + P_{g_2}$$

$$\rightarrow P_{g_2} = 87 \text{ cmHg}$$

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{g_2} = P_{\text{جیوه}} + P_0 \Rightarrow 87 = 12 + P_0 \Rightarrow P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۳۲. گزینه ۲ درست است.

الف) نادرست است؛ زیرا جسم در حالت تعادل بوده و قطعاً نیروهای وارد بر جسم متوازن هستند و در اینجا نیروی شناوری هم‌اندازه با نیروی وزن جسم است.

ب) درست است. جسم در حالت تعادل است که نشان می‌دهد نیروی شناوری با وزن جسم هم‌اندازه است.

پ) نادرست است؛ زیرا چگالی جسم A کمتر از چگالی مایع و چگالی جسم B برابر چگالی مایع است.

ت) درست است. اگر وزن دو جسم هم‌اندازه باشد به دلیل برابری نیروی شناوری وارد بر هر دو جسم با وزن خود جسم، نیروی شناور وارد بر دو جسم هم‌اندازه خواهد شد.

پس ۲ جمله از جملات داده شده درست‌اند.

(فیزیک ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: آسان)

۳۳. گزینه ۲ درست است.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow{v_1 = 4 \text{ mm}, V_2 = 6 \text{ mm}, A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} \frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{D_1}{D_2}\right) = \frac{36}{16}$$

$$V_2 = \frac{36}{16} V_1$$

درصد تغییرات را از رابطه $\frac{\Delta v}{v_1} \times 100$ به دست می‌آوریم:

افزایش می‌یابد:

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = \frac{20}{16} \times 100 = 125\%$$

(فیزیک ۱ - فصل ۲ - سطح دشواری: متوسط)

۳۴. گزینه ۳ درست است.

از رابطه انرژی جنبشی یعنی $K = \frac{1}{2}mv^2$ استفاده می‌کنیم و برای دو حالت آن می‌توان نوشت.

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow{\text{تفریق طرفین معادله}} K_2 - K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$225 = \frac{1}{2} \times 2 \left[(v_1 + 0.25v_1)^2 - v_1^2 \right] \rightarrow 225 = \frac{25}{16}v_1^2 - v_1^2$$

$$225 = \frac{9}{16}v_1^2 \xrightarrow{\text{جذر از طرفین معادله}} 15 = \frac{3}{4}v_1 \rightarrow v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: متوسط)

۳۵. گزینه ۴ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

گزاره الف درست است.

$$W_F = Fd \cos \theta \xrightarrow{\theta=0^\circ, d=4\text{m}} W_F = 40 \text{ N}$$

$$W_{F_2} = F_2 d \cos \theta \xrightarrow{\theta=60^\circ} W_{F_2} = 10 \times 4 \times \frac{1}{2} = 20 \text{ N}$$

$$W_{F_1} = 2W_{F_2}$$

گزاره ب نادرست است.

$$W_{F_3} = F_3 d \cos \theta \xrightarrow{\theta=90^\circ} W_{F_3} = 0$$

گزاره پ درست است.

$$W_{F_f} = 10 \times 4 \times \cos 143^\circ = 40 \cos(180 - 37^\circ) = -32J$$

$$W_T = W_F + W_{F_f} + W_{F_g} = 40 + 20 - 32 = 28J$$

(فیزیک ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: متوسط)

۳۶. گزینه ۴ درست است.

نیروی شخص و نیروی اصطکاک بر روی جسم کار انجام می‌دهند و طبق قضیه کار و انرژی، کار کل با تغییر انرژی جنبشی جسم برابر است.

$$W = \left\{ \begin{matrix} W_F + W_{F_k} \\ k_f - k_i \end{matrix} \right\} \Rightarrow W_F + W_{F_k} = K_f - K_i$$

$$F.d \cos 37^\circ + F_k.d \cos 180^\circ = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$50 \times 6 \times 0.8 + F_k \times 6 \times (-1) = \frac{1}{2} \times 2 \times (12)^2$$

$$240 - F_k \times 6 = 144 \Rightarrow$$

$$F_k \times 6 = 96 \Rightarrow F_k = 16N$$

(فیزیک ۱ - فصل ۱ - سطح دشواری: متوسط)

۳۷. گزینه ۴ درست است.

ارتفاع جسم کاهش یافته و لذا انرژی پتانسیل گرانشی آن نیز کاهش یافته و لذا تغییر انرژی پتانسیل گرانشی، منفی است. با استفاده از رابطه $\Delta U_g = -W_g$ و اینکه $\Delta U_g = -80J$ نتیجه می‌گیریم که کار نیروی وزن برابر است با:

$$W_g = -\Delta U_g = -(-80) = 80J$$

(فیزیک ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: آسان)

۳۸. گزینه ۳ درست است.

طبق قانون پایستگی انرژی برای دو گلوله داریم:

$$m: E_i = E_f \Rightarrow U_i + K_i = U_f + K_f \xrightarrow{K_i=0, U_f=0}$$

$$U_i = K_f \Rightarrow mgh = K_f(I)$$

$$\Delta m: E'_i = E'_f \Rightarrow U'_i + K'_i = U'_f + K'_f \xrightarrow{K'_i=0, U'_f=0}$$

$$U'_i = K'_f \Rightarrow \Delta mgh' = K'_f(II)$$

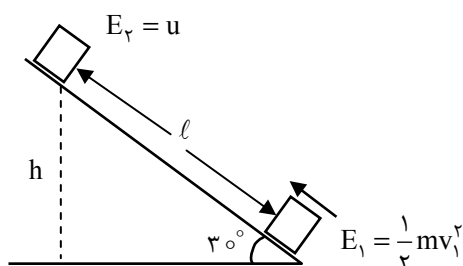
حال رابطه (I) را به (III) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{mgh}{\Delta mgh'} = \frac{K_f}{K'_f} \xrightarrow{K'_f=4K_f} \frac{mgh}{\Delta mgh'} = \frac{K_f}{4K_f} \Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{5}{4}$$

(فیزیک ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: دشوار)

۳۹. گزینه ۱ درست است.

گام اول: محل پرتاب اولیه را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم در این نقطه انرژی مکانیکی جسم فقط شامل انرژی جنبشی است و هنگامی که جسم به بالاترین نقطه می‌رسد، انرژی مکانیکی جسم شامل انرژی پتانسیل گرانشی است.



گام دوم: از قانون پایستگی انرژی مکانیکی برای این نقطه استفاده می‌کنیم:

$$E_2 - E_1 = W_f \rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv_2^2 = W_f \quad (1)$$

چون به ازای هر متر جابه‌جایی جسم، $\frac{2}{5}$ ژول انرژی درونی ایجاد شده است، اگر طول مسیری که جسم بالا می‌رود را ℓ در نظر بگیریم کل کار نیروی مقاوم برابر $W_f = -\frac{2}{5}\ell$ می‌شود و با توجه به اینکه زاویه سطح شیب‌دار 30° است، می‌توان نوشت:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{\ell} \rightarrow h = \ell \sin 30^\circ = \ell \times \frac{1}{2} = \frac{\ell}{2}$$

گام سوم: با جایگذاری $W_f = -\frac{2}{5}\ell$ و $h = \frac{\ell}{2}$ در رابطه (۱) مقدار ℓ را حساب می‌کنیم:

$$2 \times 10 \times \frac{\ell}{2} - \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = -\frac{2}{5}\ell \rightarrow \frac{12}{5}\ell = 100$$

$$\rightarrow \ell = 41 \text{ m}$$

(فیزیک ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: متوسط)

۴۰. گزینه ۱ درست است.

ابتدا درصد انرژی باقی‌مانده را محاسبه می‌کنیم:

$$R_a = \frac{E_2}{E_1} \times 100 \Rightarrow R_a = \frac{K_2}{U_{g1} + K_1} \times 100$$

$$R_a = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2} \times 100$$

$$R_a = \frac{\frac{1}{2} \cancel{m} \times (20)^2}{\cancel{m} \times 10 \times 20 + \frac{1}{2} \cancel{m} \times (10)^2} \times 100$$

$$R_a = \frac{200}{200 + 50} \times 100 = 80\%$$

این یعنی 20% از انرژی اولیه در این مدت به انرژی درونی تبدیل شده است.

(فیزیک ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: متوسط)

۴۱. گزینه ۱ درست است.

گام اول: از قضیه کار و انرژی جنبشی برای کل مسیر رفت و برگشت جسم استفاده می‌کنیم و کار نیروی مقاومت هوا را در کل مسیر حساب می‌کنیم:

$$w_t = \Delta K \rightarrow w_{mg} + w_{fD} = \Delta K \xrightarrow{W_{mg}=0}$$

$$w_{fD} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 2(36 - 100) = -64 \text{ J}$$

گام دوم: می‌توان فرض کرد که کار نیروی مقاومت هوا هنگام بالا رفتن و تا رسیدن به بالاترین نقطه، نصف کار نیروی مقاومت در کل مسیر رفت و برگشت به محل پرتاب است؛ پس می‌توان نوشت:

$$w'_{fD} = \frac{-64}{2} = -32 \text{ J}$$

گام سوم: دوباره از قضیه کار و انرژی جنبشی برای فقط بالا رفتن جسم تا رسیدن به بالاترین نقطه استفاده می‌کنیم. توجه کنید که در بالاترین نقطه، سرعت جسم صفر است.

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_{mg} + W'_{fD} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{W_{mg} = -mgh} -mgh + W'_{fD} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$-20h - 32 = \frac{1}{2} \times 2(0 - 100) \rightarrow h = 3.4m$$

(فیزیک ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: دشوار)

۴۲. گزینه ۲ درست است.

کار مفید انجام شده، کار انجام شده توسط نیروی کشش نخ متصل به جسم است.

از آنجا که جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند، جمع جبری کار انجام شده روی جسم صفر است:

$$W_F + W_{mg} + W_{F_k} = 0 \Rightarrow$$

$$W_F - mg \times d \sin 37^\circ + F_k \times d \times \cos 18^\circ = 0$$

$$W_F = 30 \times d + 20 \times d = 50 \times d$$

$$R_a = \frac{W_F}{\text{کل } E} \times 100 = \frac{W_F}{P.t} \times 100 = \frac{50 \times d}{250 \times t} \times 100$$

$$R_a = \frac{50 \times 2}{250} \times 100 \Rightarrow R_a = 40\%$$

(فیزیک ۱ - فصل ۳ - سطح دشواری: دشوار)

۴۳. گزینه ۲ درست است.

ابتدا لحظه‌ای که متحرک در فاصله ۳ متری از مبدأ حرکت ($x_0 = -12m$) است را به دست می‌آوریم. فاصله ۳ متری از مبدأ حرکت می‌تواند $x = -6m$ یا $x = -18m$ باشد؛ پس:

$$x = t^2 + t - 12 \rightarrow \begin{cases} t^2 + t - 12 = -18 \rightarrow \Delta < 0 \text{ غ.ق.ق} \\ t^2 + t - 12 = -6 \rightarrow \begin{cases} t = 2s \quad \checkmark \\ t = -3s \text{ غ.ق.ق} \end{cases} \end{cases}$$

حال معادله سرعت متحرک را نوشته و سرعت متحرک را در لحظه $t = 2s$ به دست می‌آوریم:

$$x = t^2 + t - 12 \rightarrow \begin{cases} a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = 1 \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$v = at + v_0 \rightarrow v = 2t + 1 \xrightarrow{t=2s} v = 5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: دشوار)

۴۴. گزینه ۳ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) نادرست است؛ زیرا در لحظه‌های $t = 5s$ و $t = 15s$ و $t = 35s$ جسم از مبدأ مکان عبور می‌کند و جهت بردار مکان تغییر می‌کند.
ب) درست است. در این مدت جسم مسافت 80 متر را طی می‌کند و تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{80}{35} = \frac{16}{7} \frac{m}{s}$$

پ) نادرست است؛ زیرا شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ برابر سرعت متحرک است و در لحظه $t = 10s$ ، شیب خط مماس صفر است و در لحظه $20s$ شیب خط برابر است با:

$$V_{20s} = \frac{20}{20} = 1 \frac{m}{s}$$

و شتاب متوسط برابر است با:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{1 - 0}{20 - 10} = 0.1 \frac{m}{s^2}$$

(ت) درست است. در بازه $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 10s$ تندی متحرک در حال کاهش است و در جهت منفی حرکت می کند.
(ث) درست است.

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-15 - 20}{40 - 20} = \frac{-35}{20} = -\frac{7}{4}$$

$$|v_{av}| = \frac{7}{4} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: متوسط)

۴۵. گزینه ۲ درست است.

شیب نمودار مکان - زمان بیانگر سرعت متحرک است و چون شیب هر دو نمودار مثبت است، هر دو متحرک در جهت مثبت محور x در حال حرکت اند. فاصله دو متحرک، دو بار برابر 10 متر می شود، یک بار هنگامی که متحرک A از B جلوتر باشد و یک بار هنگامی که متحرک B از A به همین اندازه جلوتر باشد. پس لازم است در زمان 4 ثانیه گفته نشده، جابه جایی متحرک B از A به اندازه 20 متر بیشتر باشد:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_A &= v_A \times t \\ \Delta x_B &= v_B \times t \end{aligned} \right\} \rightarrow \Delta x_B - \Delta x_A = \Delta v \times t$$

$$\Delta v = 5 \frac{m}{s} \quad \text{اولیه} \Rightarrow \Delta v \times 4 = 20 \quad \text{در حالت اولیه}$$

شیب نمودار مکان - زمان B که بیانگر سرعت است، بیشتر از A بوده و لذا با افزایش سرعت B ، به همان اندازه به اختلاف سرعت دو متحرک افزوده می شود:

$$\Delta v = 5 + 3 = 8 \frac{m}{s} \quad \text{جدید}$$

ضمناً در حالت دوم نیز 2 بار فاصله دو متحرک $12m$ می شود که ابتدا متحرک B از A عقب تر و در ادامه به همین مقدار جلوتر می افتد و لذا در این فاصله جابه جایی متحرک B ، 24 متر بیشتر از A می باشد:

$$\Delta x_B - \Delta x_A = \Delta v \times t \Rightarrow$$

$$24 = 8 \times t \Rightarrow t = 3s$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: متوسط)

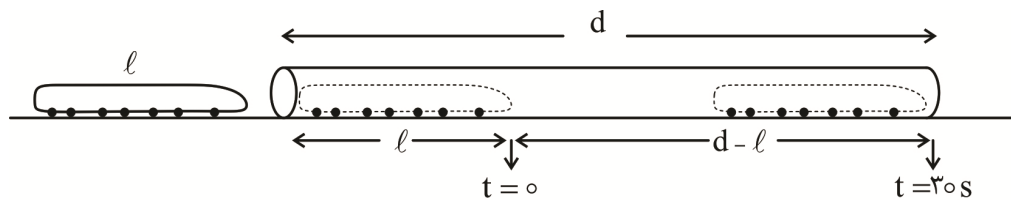
۴۶. گزینه ۲ درست است.

گام اول: سرعت قطار بر حسب $\frac{m}{s}$ برابر است با:

$$v = \frac{54}{3.6} = 15 \frac{m}{s}$$

گام دوم: حرکت قطار با سرعت ثابت انجام می شود و از معادله $\Delta x = vt$ استفاده می کنیم. از لحظه ای که همه طول قطار داخل تونل شده است تا لحظه ای که قطار از طرف دیگر تونل بیرون می آید، همه طول قطار درون تونل است و از بیرون تونل دیده نمی شود. اگر طول قطار را ℓ و طول تونل را d در نظر بگیریم قطار در این مدت، به اندازه $d - \ell$ را طی کرده است و از معادله جابه جایی زمان با سرعت ثابت می توان نوشت:

$$d - \ell = vt \xrightarrow[t=3s]{v=15 \frac{m}{s}} d - 150 = 15 \times 30 \rightarrow d = 600m$$



(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: متوسط)

۴۷. گزینه ۳ درست است.

گام ۱: تندی گلوله A بیشتر است و زودتر به دیوار می‌رسد. مدت‌زمان لازم برای رسیدن این گلوله به دیوار را به‌دست می‌آوریم:

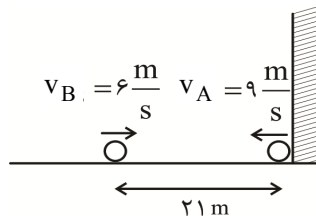
$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} \Rightarrow \Delta t_A = \frac{\Delta x_A}{v_A} = \frac{63}{9} = v_s$$

گام ۲: جابه‌جایی گلوله B را تا این لحظه تعیین می‌کنیم:

$$\Delta x_B = v_B \Delta t \xrightarrow{v_B = \frac{6}{s}} \Delta x = 6 \times 7 = 42 \text{ m}$$

در این لحظه گلوله B در فاصله ۲۱m دیوار قرار دارد. ($63 - 42 = 21 \text{ m}$)

گام ۳: با توجه به وضعیت گلوله‌ها در این حالت به کمک سرعت نسبی مدت‌زمان حرکت گلوله‌ها از این لحظه تا لحظه رسیدن به هم را محاسبه می‌کنیم:



$$v_{\text{نسبی}} = (v_A + v_B) = 9 + 6 = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_{\text{نسبی}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{21}{15} = 1.4 \text{ s}$$

$$\text{کل } t = 7 + 1.4 = 8.4 \text{ s}$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: دشوار)

۴۸. گزینه ۲ درست است.

گام ۱: سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی (۳s, ۶s) را با استفاده از رابطه $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به‌دست می‌آوریم.

$$\bar{v} = \frac{x_6 - x_3}{t_6 - t_3} \Rightarrow \bar{v} = \frac{2(6)^2 - 4(6) + 9 - [2(3)^2 - 4(3) + 9]}{6 - 3} = \frac{42}{3} = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام ۲: معادله سرعت - زمان متحرک را می‌نویسیم و سرعت را در لحظه $t = 3 \text{ s}$ به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \\ x = 2t^2 - 4t + 9 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2}a = 2 \Rightarrow 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_0 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 4 \xrightarrow{t=3\text{s}} v \text{ لحظه‌ای} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام ۳: نسبت لحظه‌ای $\frac{\bar{V}}{V_{\text{لحظه‌ای}}}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\bar{V}}{V_{\text{لحظه‌ای}}} = \frac{14}{8} = 1.75$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: متوسط)

۴۹. گزینه ۴ درست است.

گام ۱: براساس نمودار داده‌شده متحرک، حرکت متحرک با شتاب ثابت به‌صورت سهمی است. با استفاده از ویژگی‌های سهمی، اکس‌ترم نمودار در لحظه $t = \frac{4}{2} = 2s$ است که در این لحظه سرعت متحرک صفر است.

گام ۲: با استفاده از رابطه مستقل از شتاب، سرعت اولیه جسم را با نوشتن معادله در بازه زمانی صفر تا ۳ ثانیه به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} t \xrightarrow{x_1=0, x_2=6m, V=0, t=2s} (6-0) = \frac{0+v_0}{2} \times 2 \Rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

گام ۳: شتاب متحرک را با استفاده از رابطه $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ محاسبه می‌کنیم:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \xrightarrow{v_2=0, v_1=6 \frac{m}{s}, \Delta t=2s} a = -3 \frac{m}{s^2}$$

گام ۴: معادله حرکت را می‌نویسیم و با جایگذاری مقادیر لازم مکان جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{a=-3, t=2s, v_0=6 \frac{m}{s}, x_0=0} x = \frac{1}{2}(-3)(2^2) + 6(2) + 0$$

$$x = -4m$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: متوسط)

۵۰. گزینه ۳ درست است.

گام اول: در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$ بردار مکان متحرک در جهت منفی است و چون در حرکت با شتاب ثابت نمودار

$x - t$ به شکل سهمی است می‌توان دریافت لحظه $t_s = \frac{2+6}{2} = 4s$ رأس سهمی است و سرعت متحرک صفر است.

گام دوم: مسافت طی‌شده متحرک در بازه $t = 2s$ تا $t = 4s$ نصف مسافت در بازه $t = 2s$ تا $t = 6s$ است و برابر است با:

$$l_{4s \text{ تا } 2s} = \frac{18}{2} = 9m$$

گام چهارم: برای محاسبه مسافتی که متحرک در مدت حرکت کندشونده می‌پیماید باید بازه $t = 0$ تا $t = 4s$ را در نظر بگیریم و از معادله جابه‌جایی - زمان برحسب سرعت نهایی دو بار در بازه $t > 0$ تا $t = 4s$ و بازه $t = 4s$ تا $t = 6s$ استفاده می‌کنیم تا مسافت موردنظر را حساب کنیم.

$$\Delta x = -\frac{1}{2} at^2 + vt$$

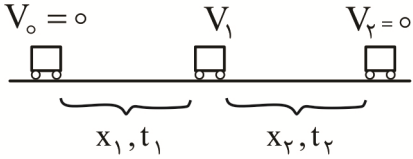
$$V_{4s} = 0 \rightarrow \frac{\Delta x_{4s \text{ تا } 0}}{\Delta x_{4s \text{ تا } 2}} = \left(\frac{t_{4s \text{ تا } 0}}{t_{4s \text{ تا } 2s}} \right)^2 \rightarrow \frac{\Delta x_{4s \text{ تا } 0}}{9} = \left(\frac{4-0}{4-2} \right)^2$$

$$\Delta x_{4s \text{ تا } 0} = 36m$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: متوسط)

۵۱. گزینه ۲ درست است.

مطابق شکل زیر، در ابتدا حرکت تندشونده است و تندی متحرک به V_1 می‌رسد و در انتها حرکت کندشونده است و متحرک متوقف می‌شود؛ پس داریم:



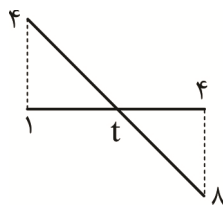
$$x = \frac{v + v_0}{2} t \rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{v_1 + v_0}{2} t_1 \rightarrow x_1 = \frac{v_1}{2} t_1 \\ x_2 = \frac{v_2 + v_1}{2} t_2 \rightarrow x_2 = \frac{v_1}{2} t_2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x_2 = \Delta x_1} \begin{cases} x_1 = \frac{v_1}{2} t_1 \\ \Delta x_1 = \frac{v_1}{2} t_2 \end{cases} \rightarrow \frac{t_2}{t_1} = 5$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: متوسط)

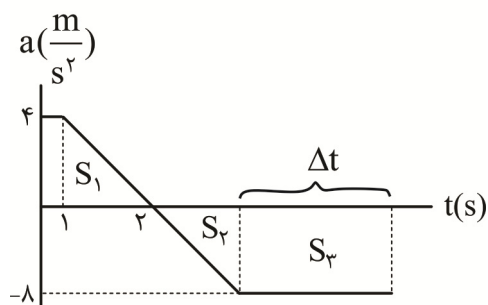
۵۲. گزینه ۳ درست است.

ابتدا محل برخورد نمودار با محور t را به دست می‌آوریم:



$$\frac{t-1}{4} = \frac{4-t}{8} \Rightarrow 2t-2=4-t \Rightarrow 3t=6 \Rightarrow t=2s$$

می‌دانیم سطح زیر نمودار $a-t$ تغییرات سرعت است. با توجه به اینکه $v_0 = 14 \frac{m}{s}$ تغییرات سرعت $-14 \frac{m}{s}$ شود تا در آن لحظه سرعت متحرک صفر شود؛ پس:



$$S_1 - S_2 - S_3 = -14 \Rightarrow \frac{2+1}{2} \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 8 - 8 \Delta t = -14 \Rightarrow \Delta t = 1/5 s$$

چون Δt برابر $1/5 s$ است، یعنی $2s$ پس از لحظه $4s$ یعنی در لحظه $t = 5/5 s$ سرعت متحرک صفر است.

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: دشوار)

۵۳. گزینه ۴ درست است.

در حرکت با شتاب ثابت، برای محاسبه سرعت متوسط می‌توان از رابطه $V_{av} = \frac{V_1 + V_2}{2}$ محاسبه نمود.

$$\text{در ۴ ثانیه اول: } 4 = \frac{0 + V_2}{2} \Rightarrow V_2 = 8 \frac{m}{s}$$

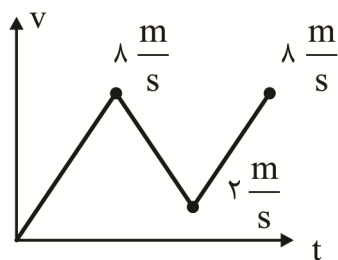
$$\text{در ۴ ثانیه دوم: } 5 = \frac{8 + V_2}{2} \Rightarrow V_2 = 2 \frac{m}{s}$$

$$\text{در ۴ ثانیه سوم: } 5 = \frac{2 + V_2}{2} \Rightarrow V_2 = 8 \frac{m}{s}$$

در ۴ ثانیه اول، تندی متحرک افزایش یافته و حرکت تندشونده است.

در ۴ ثانیه دوم، تندی متحرک کاهش یافته و حرکت کندشونده است.

در ۴ ثانیه سوم، تندی متحرک مجدداً افزایش یافته و حرکت تندشونده است.



(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: متوسط)

۵۴. گزینه ۳ درست است.

طبق فرض مسئله، در $(t - 1/5)$ ثانیه اول حرکت، $\frac{9}{16}h$ طی می‌شود:

$$\text{در حرکت سقوط آزاد: } |\Delta y| = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\text{در } (t - 1/5) \text{ ثانیه اولیه: } h = \frac{1}{2}g \times t^2$$

$$\text{در کل } t \text{ ثانیه حرکت: } \frac{9}{16} = \left(\frac{t - 1/5}{t}\right)^2$$

$$\text{تقسیم روابط: } \frac{9}{16} = \left(\frac{t - 1/5}{t}\right)^2$$

$$\text{جذر از دو طرف: } \frac{3}{4} = \frac{t - 1/5}{t} \Rightarrow 3t - 6 = 3t \Rightarrow t = 6s$$

در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط با رابطه $\frac{V_1 + V_2}{2}$ نیز قابل محاسبه است:

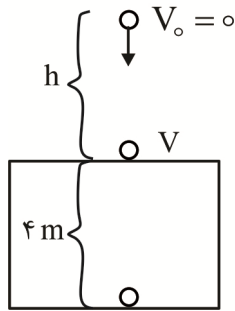
$$V = -g.t \Rightarrow \begin{cases} V_1 = -10 \times 3 = -30 \frac{m}{s} \\ V_2 = -10 \times 6 = -60 \frac{m}{s} \end{cases}$$

$$V_{av} = \frac{V_1 + V_2}{2} = -45 \frac{m}{s} \quad |V_{av}| = 45 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: دشوار)

۵۵. گزینه ۴ درست است.

چون سرعت حرکت گلوله درون آب ثابت فرض شده است، پس سرعت گلوله که همان سرعت برخورد گلوله به سطح آب است را به دست می آوریم:



$$\Delta y = v \Delta t \Rightarrow -4 = v \times 0.2 \Rightarrow v = -20 \frac{m}{s}$$

حال با توجه به رابطه مستقل از زمان فاصله محل رها شدن گلوله تا سطح آب را به دست می آوریم:

$$v^2 - v_o^2 = 2g\Delta y \Rightarrow 20^2 - 0 = 2 \times 10 \times -h \\ \Rightarrow 400 = 20h \rightarrow h = 20m$$

(فیزیک ۳ - فصل ۱ - سطح دشواری: دشوار)

شیمی

۵۶. گزینه ۲ درست است.

گزینه (۱) نادرست است؛ زیرا X عنصر کلسیم است که $CaCl_2$ خاصیت پاک کنندگی صابون را کاهش می دهد. گزینه (۲) درست است. Y عنصر $^{28}_{28}Ni$ و Z عنصر $^{35}_{35}Br$ است که بین این دو عنصر شش عنصر در جدول تناوبی جای می گیرد.

گزینه (۳) نادرست است؛ زیرا از مجموع ۳۵ الکترون اتم $^{35}_{35}Br$ ، ۱۷ الکترون دارای $l=1$ هستند. (حدود ۴۸ درصد)

گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا مجموع $n+l$ برای الکترون های ظرفیت $^{28}_{28}Ni$ ($3d^8 4s^2$) برابر ۴۸ است.

(شیمی ۱ - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۷. گزینه ۴ درست است.

ترتیب پرشدن زیرلایه ها به $n+l$ بستگی دارد، هر چه $n+l$ برای زیرلایه ای کوچک تر باشد زودتر الکترون می پذیرد، همچنین در شرایطی که $n+l$ برای دو زیرلایه برابر باشد، زیرلایه ای که n کوچکتری دارد زودتر الکترون می پذیرد.

(شیمی ۱ - فصل ۱؛ سطح دشواری: آسان)

۵۸. گزینه ۴ درست است.

عنصرهای $^{40}_{19}K$ ، $^{54}_{24}Cr$ و $^{63}_{29}Cu$ دارای این ویژگی هستند.

گزینه (۱) درست است. اگر عنصر مربوطه $^{39}_{19}K$ باشد، کاتیون K^+ در صابون های مایع کاربرد دارد.

گزینه (۲) درست است. در $^{54}_{24}Cr$ شش الکترون ظرفیت وجود دارد که ۲۵ درصد کل الکترون های این اتم است.

گزینه (۳) درست است. $^{63}_{29}Cu$ اولین عنصری است که لایه سوم الکترون آن به طور کامل پر شده است.

گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا در هیچ کدام از یون های $^{2+}_{29}Cu$ ، $^{2+}_{24}Cr$ ، ده الکترون با $n+l=5$ در آرایش الکترونی وجود ندارد.

(شیمی ۱ - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۵۹. گزینه ۳ درست است.

فرمول های یدید و فسفید فلز M به صورت MI_n و M_3P_n است. بر این اساس داریم:

$$\frac{M + 127n}{3M + 31n} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2M + 93n = 3M + 254n \Rightarrow 2M = 161n \Rightarrow \frac{M}{n} = 80.5$$

(شیمی ۱ - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۰. گزینه ۴ درست است.

به ازای تشکیل هر مول Al_2S_3 شش مول الکترون مبادله می شود، پس داریم:

$$6gAl_2S_3 \times \frac{1molAl_2S_3}{150gAl_2S_3} \times \frac{6mole^-}{1molAl_2S_3} = 0.24mole^-$$

به ازای تشکیل هر مول ScF_3 سه مول الکترون مبادله می شود، پس داریم:

$$3.4gScF_3 \times \frac{1molScF_3}{102gScF_3} \times \frac{3mole^-}{1molScF_3} = 0.1mole^-$$

پس نسبت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{0.24mole^-}{0.1mole^-} = 2.4$$

(شیمی ۱ - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۱. گزینه ۱ درست است.

عبارت (الف) نادرست است؛ زیرا شکل A نمی تواند مربوط به $NaCl$ باشد؛ زیرا $NaCl$ ترکیب مولکولی نیست.

عبارت (ب) درست است.

$$5.1gNH_3 \times \frac{1molNH_3}{17gNH_3} \times \frac{6.02 \times 10^{23} \text{ مولکول}}{1molNH_3} \times \frac{4 \text{ اتم}}{1 \text{ مولکول}} = 7.224 \times 10^{23} \text{ اتم}$$

عبارت (پ) درست است. در بین عناصر ۱ تا ۳۶ جدول تناوبی فرمول ۶ عنصر H ، N ، O ، F ، Cl و Br به صورت X_2 است.

عبارت (ت) نادرست است؛ زیرا ساختار CO_2 به صورت خطی است. (شیمی ۱ - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۲. گزینه ۴ درست است.

(۱) درست است. این گاز، N_2 است که ساختار آن به صورت $N \equiv N$ و نسبت جفت ناپیوندی به پیوندی $\frac{2}{3}$ است.

(۲) درست است. این مولکول، کربن دی اکسید ($\ddot{O} = C = \ddot{O}$) است و قبل از اینکه هوا، مایع شود در دمای $-78^\circ C$

به صورت جامد از هوا جدا می شود.

(۳) درست است. نمودار داده شده، فراوانی گازهای نجیب در هواکره را نشان می دهد.

(۴) نادرست است؛ زیرا نزدیک ترین لایه هواکره نسبت به زمین تروپوسفر است که ۷۵ درصد جرم هوا در این لایه قرار دارد.

(شیمی ۱ - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۳. گزینه ۲ درست است.

(۱) درست است. در حالت ۲ گاز N_2 در حال خروج است. که درصد حجمی آن حدود ۷۸ و در حالت (۳) گاز آرگون در خارج شدن است که درصد حجمی آن حدود ۰.۹۲ است.

(۲) نادرست است. گاز اشاره شده، He هلیوم است که تا کنون متخصصان کشورمان موفق به جداسازی و تهیه آن نشده اند.

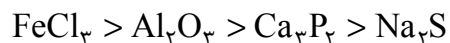
(۳) درست است.

$$\left. \begin{array}{l} N_2O_5 = \overbrace{(2N)}^{2N} + \overbrace{(5O)}^{5O} = 40 \\ HCN = 4 \text{ تعداد پیوندهای اشتراکی} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{40}{4} = 10$$

(۴) درست است. طبق جمله کتاب میل ترکیبی هموگلوبین خون به گاز کربن مونوکسید، بیش از ۲۰۰ برابر این میل به گاز اکسیژن است.

(شیمی ۱ - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۴. گزینه ۳ درست است.



گزینه ۱ نادرست است.

نام ترکیب	فرمول ترکیب	آنیون کاتیون
آلومینیوم اکسید	Al_2O_3	$\frac{3}{2}$
آهن (III) کلرید	FeCl_3	$\frac{3}{1}$
کلسیم فسفید	Ca_3P_2	$\frac{2}{3}$
سدیم سولفید	Na_2S	$\frac{1}{2}$

گزینه ۲ نادرست است.

فرمول ترکیب یا نام ترکیب	ساختار لوویس	تعداد پیوند اشتراکی
گوگرد تری اکسید	$\begin{array}{c} \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \\ \\ \text{S} \\ / \quad \backslash \\ \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \quad \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \end{array}$	۴
CO_3^{2-}	$\left[\begin{array}{c} \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \\ \\ \text{C} \\ / \quad \backslash \\ \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \quad \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \end{array} \right]^{2-}$	۴
NO_3^-	$\left[\begin{array}{c} \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \\ \\ \text{N} \\ / \quad \backslash \\ \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \quad \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \end{array} \right]^-$	۴
C_2H_2	$\text{H}-\text{C}\equiv\text{C}-\text{H}$	۵

گزینه ۳ درست است.

ترکیب	ساختار لوویس	تعداد جفت الکترون پیوندی
CH_3OH	$\begin{array}{c} \text{H} \\ \\ \text{H}-\text{C}-\ddot{\text{O}}-\text{H} \\ \\ \text{H} \end{array}$	۵
N_2O^+	$\begin{array}{l} \ddot{\text{N}} \equiv \text{N} - \ddot{\text{O}}\text{:} \\ \text{یا} \\ \ddot{\text{N}} = \text{N} = \ddot{\text{O}}\text{:} \end{array}$	۴
NO_2^+	$[\ddot{\text{O}}=\text{N}=\ddot{\text{O}}]^+$	۴
NO_2^-	$\left[\begin{array}{c} \ddot{\text{N}} \\ / \quad \backslash \\ \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \quad \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \end{array} \right]^-$	۳

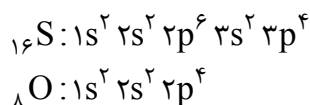
گزینه ۴ نادرست است. مقدار e مبادله شده به ازای تشکیل هر مول ماده یونی برابر است با (تعداد کاتیون $\times$ بار کاتیون) یا (تعداد آنیون $\times$ بار آنیون)

مقدار الکترون مبادله شده	نام یا فرمول ترکیب
۲	MgF_2 منیزیم فلوئورید
۲	Cu_2O مس (I) اکسید
۳	$CrCl_3$ کروم (III) کلرید
۶	Fe_2O_3 آهن (III) اکسید

(شیمی ۱ - فصل ۲؛ سطح دشواری: دشوار)

۶۵. گزینه ۱ درست است.

X همان گوگرد (S_{16}) و Y همان اکسیژن (O_8) است.



در بین ساختارهای داده شده تنها ساختار SO_4^{2-} درست رسم شده است.
(شیمی ۱ - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۶. گزینه ۳ درست است.

درصد حجمی B چهار برابر درصد حجمی C است، پس در حالت جدید هم باید این نسبت برقرار باشد. (درصد حجمی گاز C را a و درصد حجمی گاز B را $4a$ فرض می کنیم.)

$$a + 4a + 80 = 100 \Rightarrow 5a = 20 \Rightarrow a = 4$$

پس درصد حجمی گاز C برابر ۴ درصد و درصد حجمی گاز B برابر ۱۶ درصد است. (شیمی ۱ - فصل ۲؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۷. گزینه ۲ درست است.

$$t(^{\circ}C) = -6h + t_0$$

$$\frac{20}{100} \times 20 = -6h + 20 \Rightarrow 4 = -6h + 20 \Rightarrow h = 2/66 km$$

(شیمی ۱ - فصل ۲؛ سطح دشواری: آسان)

۶۸. گزینه ۳ درست است.

عبارت (الف) درست است. از آنجاکه ثابت یونش H_B از H_D بزرگ تر است، با سرعت بیشتری با فلزات واکنش می دهد. (شرایط یکسان)

عبارت (ب) درست است. H_C اسیدی قوی است و معادله یونش آن برگشتناپذیر است، این درحالی است که سه اسید دیگر ضعیف هستند و معادله یونش آن ها برگشت پذیر است.

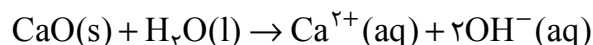
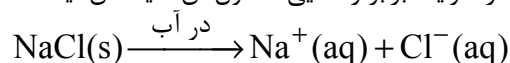
عبارت (پ) درست است. با افزایش دما، غلظت یونها در محلول H_C تغییر خاصی نمی کند، اما در اسید H_B بیشتر می شود پس تفاوت محلول این دو اسید کمتر می شد.

عبارت (ت) نادرست است. اگر غلظت H_C خیلی کم باشد ممکن است pH بزرگ تری نسبت به محلول های غلیظ H_A داشته باشد. (شیمی ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۶۹. گزینه ۱ درست است.

عبارت اول نادرست است؛ زیرا در میان نافلزها گرافیت رسانای الکترونی است.

عبارت دوم نادرست است؛ زیرا شماریون ها در دو محلول متفاوت است، لذا در شرایط برابر رسانایی محلول آن ها یکسان نیست.



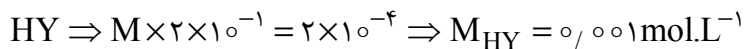
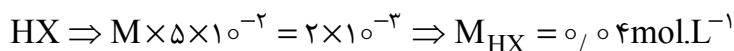
عبارت سوم درست است. اتیلن گلیکول بر اثر حل شدن در آب یون تولید نمی کند؛ لذا غیر الکتrolیت است؛ اما آمونیاک بازی ضعیف است و در آب یون تولید می کند.

عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا $NaOH$ یک ماده یونی است و برای آن لفظ یونش به کار نمی رود.

عبارت پنجم نادرست است؛ زیرا با افزایش غلظت یون هیدرونیوم در شیر سالم، شیر ترش می‌شود و دیگر قابل نوشیدن نیست. (شیمی ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۰. گزینه ۴ درست است.

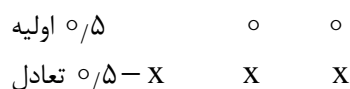
طبق رابطه $M \cdot \alpha = 10^{-pH}$ داریم:



پس نسبت غلظت اولیه HX به HY برابر ۴۰ است.

(شیمی ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۱. گزینه ۲ درست است.



با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\frac{0,5 - x}{2x} = 4,5 \Rightarrow x = 0,05$$

غلظت تعادلی $[H^+]$ با توجه به حجم محلول برابر است با:

$$[H^+] = \frac{0,05}{0,25} = 0,2$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log 2 \times 10^{-1} = 0,7$$

درجه یونش اسید برابر است با:

$$a = \frac{[H^+]}{[HA]_{\text{اولیه}}} = \frac{0,2}{0,5} = 0,4$$

(شیمی ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۲. گزینه ۱ درست است.

گزینه (۱) درست است. هنگامی که دو اسید قوی و ضعیف حجم و pH برابر داشته باشد، حجم گاز H_2 حاصل از واکنش فلز Mg با محلول اسید ضعیف بیشتر است؛ زیرا غلظت این محلول بیشتر است.

گزینه (۲) نادرست است؛ زیرا در شرایط یکسان، شمار مولکول‌های اسید ضعیف بیشتر از اسید قوی است اما شمار یون‌ها در محلول اسیدهای قوی بیشتر است.

گزینه (۳) نادرست است؛ زیرا ثابت یونش با تغییر غلظت تغییر نمی‌کند.

گزینه (۴) نادرست است؛ زیرا HNO_3 اسید قوی و سه اسید دیگر ضعیف هستند. (شیمی ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۳. گزینه ۴ درست است.

ابتدا غلظت H^+ را به دست می‌آوریم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-4,7} = 2 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

حال می‌توان نوشت:

$$K_a = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]_{\text{تعادلی}}} \Rightarrow 8 \times 10^{-8} = \frac{2 \times 10^{-5} \times 2 \times 10^{-5}}{[HA]_{\text{تعادلی}}} \Rightarrow [HA]_{\text{تعادلی}} = 0,005 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

به دلیل یونش کم غلظت اولیه اسید هم تقریباً 0.005 مولار است.
فرمول ایوبروفن $C_{13}H_{18}O_2$ است. برای محاسبه جرم آن داریم:

$$0.005 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.5 \text{L} \times \frac{206 \text{g}}{1 \text{mol}} = 0.515 \text{g} C_{13}H_{18}O_2 = 515 \text{mg}$$

(شیمی ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۴. گزینه ۱ درست است.

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست است. در کربوکسیلیک اسیدهای راست زنجیر، با افزایش شمار کربن قدرت اسیدی در آب کاهش می‌یابد.

(۲) نادرست است؛ زیرا رسانایی الکتریکی محلول $Ba(OH)_2$ در شرایط یکسان از $NaOH$ بیشتر است.

(۳) نادرست است؛ زیرا ثابت یونش فورمیک اسید از هیدروسیانیک اسید بیشتر است.

(۴) نادرست است؛ زیرا pH آب گازدار از اسید معده بیشتر است. (شیمی ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۵. گزینه ۲ درست است.

محلول A: با توجه به رابطه زیر داریم:

$$[OH^-] = \frac{[H^+]}{4 \times 10^{10}}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+]^2 = 4 \times 10^{-4} \Rightarrow [H^+] = 2 \times 10^{-2}$$

$$pH = -\log 2 \times 10^{-2} = 1.7$$

محلول B: ابتدا غلظت OH^- را تعیین می‌کنیم.

$$[NH_3] = \frac{3/4}{0.2} = 1 \text{mol} \cdot L^{-1}$$

$$[OH^-] = 1 \times 10^{-3} = 10^{-3} \text{mol} \cdot L^{-1}$$

با تعیین غلظت H^+ به pH محلول می‌رسیم:

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow 10^{-3} \times [H^+] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = 10^{-11}$$

$$pH = -\log 10^{-11} = 11$$

$$11 - 1.7 = 9.3$$

اختلاف pH دو محلول برابر است با:

(شیمی ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۶. گزینه ۲ درست است.

نمودارهای «الف» و «ب» درست هستند.

نمودار «پ» نادرست است؛ زیرا در محلول HF با افزایش غلظت درجه یونش کاهش می‌یابد.

نمودار «ت» نادرست است؛ زیرا K_b بازها فقط تابع دما است. (شیمی ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۷. گزینه ۳ درست است.

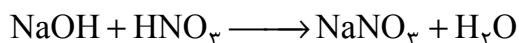
حجم نهایی محلول $2L$ است و با توجه به pH نهایی داریم:

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2.7} = 2 \times 10^{-3} \text{mol} \cdot L^{-1} \xrightarrow{\times 2L} 4 \times 10^{-3} \text{mol} H^+$$

مول هیدرونیوم موجود در محلول نیتریک اسید برابر است با:

$$[H^+] = 10^{-1.7} = 2 \times 10^{-2} \text{mol} \cdot L^{-1} \xrightarrow{\times 0.3L} 6 \times 10^{-3} \text{mol} H^+$$

بنابراین 2×10^{-3} مول H^+ توسط $NaOH$ خنثی شده است. با توجه به معادله آن‌ها داریم:



$$NaOH_{\text{مولار}} = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ mol}}{2 \times 10^{-1} \text{ L}} = 0.01$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [H^+] = 10^{-12} \Rightarrow pH = 12$$

(شیمی ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

۷۸. گزینه ۳ درست است.

برای محاسبه جرم باریم هیدروکسید داریم:

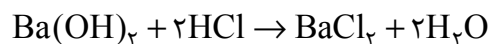
$$[H^+] = 10^{-10/3} = 5 \times 10^{-11} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[OH^-] = 2 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$[OH^-] = M \times 2 \Rightarrow M = 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$10^{-4} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0.2 \text{ L} \times \frac{171 \text{ g}}{1 \text{ mol}} = 342 \times 10^{-5} \text{ g} = 3.42 \text{ mg Ba(OH)}_2$$

معادله واکنش پس از موازنه به صورت زیر در می آید:



2×10^{-5} مول باریم هیدروکسید با 4×10^{-5} مول هیدروکلریک اسید واکنش می دهد.

(شیمی ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۷۹. گزینه ۴ درست است.

(الف) درست است. محلول جوش شیرین در آب خاصیت بازی دارد.

(ب) درست است. برای بالا بردن خاصیت پاک کنندگی شوینده ها به آن ها جوش شیرین می افزایند.

(پ) نادرست است؛ زیرا شمار اتم های $NaHCO_3$ با شمار اتم های H_2SO_4 برابر نیست.

(ت) نادرست است؛ زیرا درصد جرمی کربن در جوش شیرین حدود $14/28$ است.

$$C \text{ درصد جرمی} = \frac{12}{84} \times 100 \approx 14/28$$

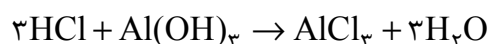
(شیمی ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: متوسط)

۸۰. گزینه ۴ درست است.

ابتدا مول های HCl خنثی شده را به دست می آوریم:

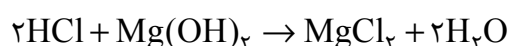
$$[H^+] = 10^{-1/7} = 2 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot L^{-1} \xrightarrow{25 \text{ mL}} 5 \times 10^{-4} \text{ mol } H^+ = 5 \times 10^{-4} \text{ mol } HCl$$

طبق معادله زیر داریم:



$$11.7 \times 10^{-3} \text{ g } Al(OH)_3 \times \frac{1 \text{ mol } Al(OH)_3}{78 \text{ g } Al(OH)_3} \times \frac{3 \text{ mol } HCl}{1 \text{ mol } Al(OH)_3} = 4.5 \times 10^{-4} \text{ mol } HCl$$

پس 5×10^{-5} مول HCl توسط $Mg(OH)_2$ خنثی می شود:



$$5 \times 10^{-5} \text{ mol } HCl \times \frac{1 \text{ mol } Mg(OH)_2}{2 \text{ mol } HCl} \times \frac{58 \text{ g } Mg(OH)_2}{1 \text{ mol } Mg(OH)_2} = 1.45 \times 10^{-5} \text{ g} = 1.45 \text{ mg}$$

(شیمی ۳ - فصل ۱؛ سطح دشواری: دشوار)

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور



تشریحی

برگزاری آزمایشی شبه امتحانات نهایی

دروس عمومی و اختصاصی پایه‌های دهم، یازدهم و دوازدهم



✓ آشنایی با سطح علمی سؤالات و نحوه مطالعه کتب درسی جهت شرکت در امتحانات نهایی؛
✓ ارزیابی کیفی و کمی سطح آگاهی و آمادگی دانش‌آموزان؛

sanjesheducationgroup

صدای داوطلب ۰۲۱-۴۲۹۶۶

sanjeshserv

ثبت‌نام‌گروهی دبیرستان‌ها ۰۲۱-۸۸۸ ۴۴ ۷۹۱-۳

www.sanjeshserv.ir

اطلاعیه شرکت در

آزمون شبه امتحانات نهایی دروس عمومی و اختصاصی (تشریحی)

ویژه دانش آموزان پایه های دهم، یازدهم و دوازدهم و داوطلبان کنکور سراسری

رشته های شاخه نظری دوره دوم آموزش متوسطه

به اطلاع تمامی مدیران، مشاوران، دبیران گرامی و نیز داوطلبان آزاد و دانش آموزان دوره دوم متوسطه می‌رساند:

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور با توجه به **تأثیر قطعی سوابق تحصیلی** در نتیجه کنکور سراسری سال تحصیلی جاری و آمادگی هرچه بهتر دانش آموزان جهت حضور در امتحانات مستمر اول و دوم (پایانی نوبت اول و دوم) نسبت به طراحی و برگزاری آزمون شبه امتحانات نهایی دروس عمومی و اختصاصی (تشریحی) اقدام نموده است.

از مهم ترین مزایای آزمون آزمایشی شبه نهایی می توان به موارد ذیل اشاره نمود:

- ✓ آشنایی با سطح علمی سؤالات (تشریحی) آزمون شبه نهایی؛ به تفکیک دروس عمومی و اختصاصی
- ✓ آشنایی و آماده سازی داوطلب با نمونه سؤالات شبه نهایی کشوری
- ✓ ارزیابی مداوم یاددهی و یادگیری مطالب درسی در پیشرفت تحصیلی دانش آموز؛

* طراحی سؤالات آزمون شبه امتحانات نهایی دروس عمومی و اختصاصی (تشریحی)، بر اساس ارزشیابی تحصیلی وفق مقررات و ضوابط موجود در وزارت آموزش و پرورش می باشد.

جهت اطلاع از تسهیلات، جزئیات ثبت نام و نحوه برگزاری آزمون به سایت شرکت به نشانی www.sanjeshserv.ir مراجعه فرمایید.