



آزمون ۶ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم – مرحله چهارم (۱۴۰۲/۱۰/۰۱)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



@sanjesheducationgroup



@sanjeshserv

کانال های ارتباطی:

ریاضیات

۱. گزینه ۲ درست است.

$$A_3 = \{3, 4, 5, \dots, 12\}$$

$$A_4 = \{4, 5, 6, \dots, 13\}$$

$$A_5 = \{5, 6, 7, \dots, 14\}$$

$$\Rightarrow A_3 \cap A_4 \cap A_5 = \{5, 6, 7, \dots, 12\}$$

تعداد اعضای این مجموعه ۸ است. اگر از مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 6\}$ کم کنیم تعداد اعضاء برابر ۵۲ می شود.

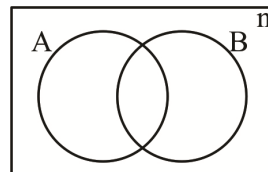
۲. گزینه ۱ درست است.

اعضای علاقمند به فوتبال را A و والیبال را B می نامیم. تعداد کل دانش آموزان را n فرض کنید.

$$n(A \cap B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} n = \frac{n}{12}$$

$$n(B) = \frac{1}{4} n = \frac{n}{4}$$

$$n(A) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} n = \frac{n}{6} \Rightarrow n(A - B) = \frac{n}{6} - \frac{n}{12} = \frac{n}{12}$$



$$\Rightarrow \frac{n}{12} + \frac{n}{4} + 8 = n \Rightarrow n + 3n + 96 = 12n \Rightarrow n = 12 \Rightarrow n(A \cap B) = \frac{n}{12} = 1$$

۳. گزینه ۳ درست است.

$$t_m = t_{m-1} + 7 = t_{m+1} - 9$$

$$\Rightarrow am^2 + bm = a(m-1)^2 + b(m-1) + 7 = a(m+1)^2 + b(m+1) - 9$$

$$\Rightarrow am^2 + bm = am^2 - 2am + a + bm - b + 7 = am^2 + 2am + a + bm + b - 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2am + a - b + 7 = 0 \\ 2am + a + b - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ 2m + b = 8 \end{cases}$$

از طرفی $t_m = m$ پس $m^2 + bm = m$ و در نتیجه $m = 1 - b$ و $b = -6$ و $m = 7$ است.

$$t_n = n^2 - 6n \Rightarrow \begin{cases} t_7 = -8 \\ t_8 = -8 \end{cases} \Rightarrow \pm \sqrt{t_7} \quad t_8 = \pm 8$$

۴. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{cases} a, b, c & \text{حسابی} \\ a - c + 2, 2, c - a + 2 & \text{هندسی} \end{cases}$$

$$2 \times 2 = (a - c + 2) + (c - a + 2)$$

دنباله هندسی تشکیل شده یک دنباله حسابی نیز است زیرا:

پس دنباله $c - a + 2$ و 2 و $a - c + 2$ حسابی است و چون هندسی هم هست پس ثابت است.

$$a - c = 0 = c - a \Rightarrow a = c$$

از طرفی $2b = a + c$ پس $b = a = c$ و در نتیجه قدرنسبت دنباله حسابی صفر است.

۵. گزینه ۲ درست است.

$$a_n = a_{n+1} + a_{n+2}$$

$$a_1 q^{n-1} = a_1 q^n + a_1 q^{n+1} \Rightarrow 1 = q + q^2 \Rightarrow q^2 + q - 1 = 0 \Rightarrow q = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

چون $a_1 > 0$ و دنباله نزولی نیست؛ پس $q = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$ قابل قبول است:

$$2q = -1 - \sqrt{5} \approx -3.236 \rightarrow [2q] = -4$$

۶. گزینه ۳ درست است.

$\sin \alpha$ واسطه هندسی بین $\cos \alpha$ و $\cot \alpha$ است و در ضمن قدرنسبت برابر $q = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ است.

$$\sin^2 \alpha = \cos \alpha \times \cot \alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha \quad (1)$$

$$\Rightarrow q = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow q^2 = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\Rightarrow a_n = \cos \alpha \times q^{n-1} = \sin^2 \alpha \left(\frac{1}{\sin \alpha} \right)^{\frac{n-1}{2}} = (\sin \alpha)^{2 - \frac{n}{2}}$$

از طرفی طبق رابطه (۱) داریم:

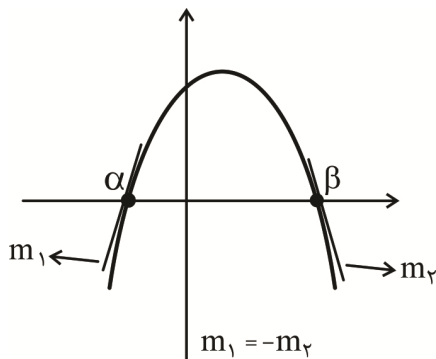
$$\sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \sin^2 \alpha (1 + \sin \alpha) = 1$$

$$\Rightarrow 1 + \sin \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} = (\sin \alpha)^{\frac{n}{2} - 2} \rightarrow \frac{n}{2} - 2 = -2 \Rightarrow n = 8$$

۷. گزینه ۱ درست است.

به دلیل تقارن $f'(\alpha) = -f'(\beta)$ است. پس:

$$\frac{2m_2}{m_1} + \frac{\Delta m_1}{m_2} = \frac{2m_2}{-m_2} + \frac{\Delta m_1}{-m_1} = -2 - 5 = -7$$



۸. گزینه ۳ درست است.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+mh) - f(a)}{h} = mf'(a)$$

نکته:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+ah) - a}{h} = af'(1)$$

$$\Rightarrow af'(1) = \frac{2}{a} \Rightarrow f'(1) = \frac{2}{a^2}$$

در ضمن $f(1) = a$ است.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - f^2(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) - f(1))(f^2(x) + f(x)f(1) + f^2(1))}{x - 1} = f'(1) \times 3f^2(1)$$

از طرفی:

$$= \frac{2}{a^2} \times 3a^2 = 6$$

۹. گزینه ۱ درست است.

خط مماس را به صورت $y = mx + b$ در نظر بگیرید. معادله حاصل از تقاطع خط مماس و سهمی باید دارای ریشه مضاعف $x = a$ باشد.

$$mx + b = 1 \circ x - x^2 \Rightarrow x^2 + (m - 1 \circ)x + b = 0$$

$$\begin{cases} \Delta = 0 \\ a = -\frac{m-10}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m-10)^2 - 4b = 0 \\ m-10 = -2a \end{cases} \Rightarrow 4a^2 - 4b = 0 \Rightarrow b = a^2$$

۱۰. گزینه ۲ درست است.

از تعریف مشتق استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} f'(0) &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x \cos x - 2 \sin x}{x^2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x (\cos x - 1)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin x (-2 \sin^2 \frac{x}{2})}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x(-2)(\frac{x}{2})^2}{x^2} = -1 \end{aligned}$$

۱۱. گزینه ۴ درست است.

راه اول: به کمک تعریف مشتق:

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)\sqrt{x+3} - 0}{x - 1} \\ f'(1) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)\sqrt{x+3}}{x - 1} = -4 \end{aligned}$$

راه دوم: برای محاسبه $f'(1)$ ، فقط از عامل صفرکننده $x - 1$ در صورت کسر مشتق می‌گیریم:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\overbrace{(x-1)(x+1)\sqrt{x+3}}^{\text{مشتق}}}{x - 1} \\ f'(1) &= \frac{1 \times (x+1)\sqrt{x+3}}{x - 1} \Big|_{x=1} = -4 \end{aligned}$$

معادله خط مماس: $y - 0 = -4(x - 1)$

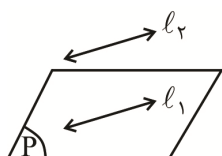
$y = 4$: عرض از مبدأ

۱۲. گزینه ۴ درست است.

فرض کنید $\cos x = t$ پس $t \rightarrow 1$

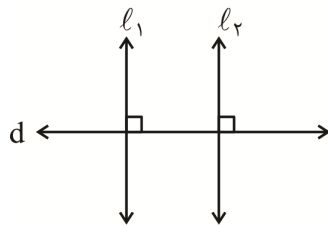
$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{f(\cos x)} - 2}{1 - \cos^2 x} &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(t)} - 2}{1 - t^2} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(t) - 4}{(1-t)(1+t)(\underbrace{\sqrt{f(t)} + 2}_4)} \\ &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(t) - 4}{-8(t-1)} = -\frac{1}{8} f'(1) = \frac{-12}{8} = \frac{-3}{2} \end{aligned}$$

۱۳. گزینه ۱ درست است.



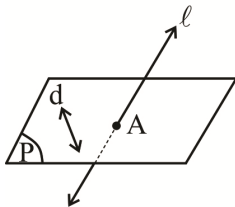
گزاره «الف» نادرست است؛ زیرا ممکن است صفحه، شامل خط دیگر باشد و نه لزوماً موازی با آن؛ در شکل مقابل صفحه P با خط l_2 موازی است ولی شامل خط l_1 است. (l_2 و l_1 موازی‌اند).

گزاره «ب» نادرست است. با توجه به شکل مقابل خط d بر دو خط l_1 و l_2 عمود است ولی بر صفحه گذرنده از l_1 و l_2



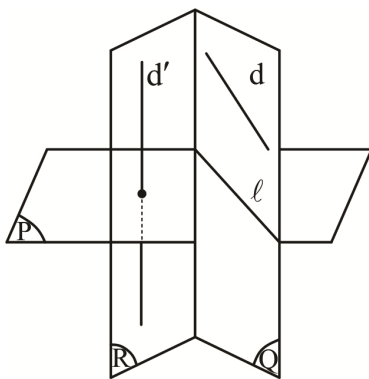
عمود نیست. در واقع گزاره درست، این چنین است:
هرگاه خطی بر دو خط متقاطع از صفحه‌ای عمود باشد، بر کل آن صفحه عمود است.

گزاره «پ» نیز نادرست است. خط l با صفحه P متقاطع است ولی با خط d از صفحه P متناظر است.

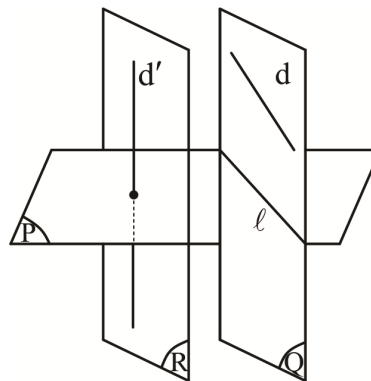


۱۴. گزینه ۴ درست است.

چون تصویر d' بر صفحه P ، یک نقطه شده است، پس d' بر P عمود است. می‌دانیم که اگر خطی بر یک صفحه عمود باشد، هر صفحه گذرنده از آن، بر صفحه مورد نظر عمود است (تمرین ۸ صفحه ۸۶، کتاب هندسه ۱) پس صفحه R عمود بر صفحه P خواهد شد. از سوی دیگر صفحه Q که از خط d و l می‌گذرد نیز عمود بر صفحه P خواهد بود (چرا؟) و از این‌رو یکی از دو شکل (۱) یا (۲) پدید خواهد آمد؛ یعنی یا دو صفحه با هم موازی هستند (شکل ۲) و یا متقاطع‌اند (شکل ۱). توجه کنید که d می‌تواند نسبت به P موازی یا متقاطع باشد.

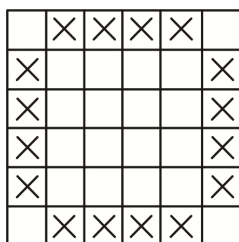


(۱)

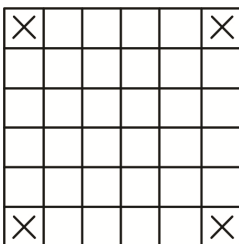


(۲)

۱۵. گزینه ۳ درست است.



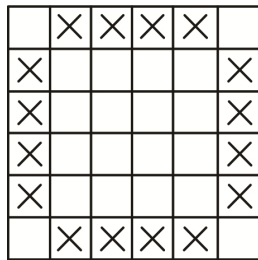
روش اول: در دو وجه بالایی و پایینی مکعب اصلی (که دارای ۶ ردیف ۳۶ تایی مکعب واحد است)، در محل‌های ضربدر، مکعب‌هایی با دو وجه رنگی وجود دارند که شمار آن‌ها برابر است با $2 \times 16 = 32$. در ردیف‌های دوم تا پنجم تنها در محل‌های گوشه‌ها (شکل دوم، روبه‌رو) مکعب‌هایی با دو وجه رنگی داریم که شمار آن‌ها برابر $16 = 4 \times 4$ است. از این‌رو مجموعاً $32 + 16 = 48$ مکعب با ویژگی موردنظر یافت می‌شود.



روش دوم:

حجم مکعب برابر است با:

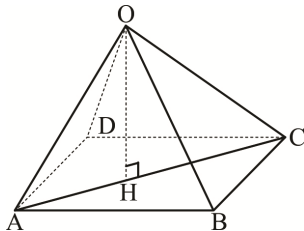
$$V = a^3 \Rightarrow 216 = 6^3 \Rightarrow a = 6$$



مکعب دارای ۶ وجه است که در هر وجه به تعداد $6 \times 6 = 36$ مکعب واحد یافت می‌شود و مکعب‌های کوچک در محل‌های ضربدر (شکل روبه‌رو) دو وجه رنگ‌شده دارند. پس به تعداد $96 = 6 \times 16$ مکعب با دو وجه رنگی داریم، اما هر مکعب با تنها دو وجه رنگی، بر روی دو وجه از مکعب اصلی قرار دارد و آن را دو بار شمرده‌ایم؛ یعنی پاسخ برابر است با: $\frac{16 \times 6}{2} = 48$.

۱۶. گزینه ۲ درست است.

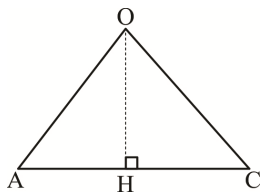
بیشترین مقدار مساحت مربوط به مثلث OAC است. از طرفی طول قطر قاعده مربعی شکل این هرم برابر $10\sqrt{2}$ cm است.



$$AH = \frac{AC}{2} = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

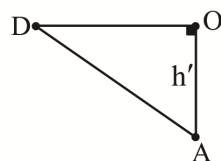
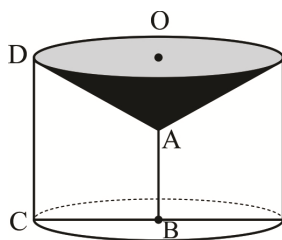
$$\Delta AOH : OH^2 = AO^2 - AH^2 = 10^2 - (5\sqrt{2})^2 = 50 \Rightarrow OH = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

بنابراین:



$$S_{\Delta OAC} = \frac{1}{2} OH \cdot AC = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 10\sqrt{2} = 50 \text{ cm}^2$$

۱۷. گزینه ۴ درست است.



از دوران دوزنقه ABCD حول خط گذرا از AB، شکل زیر پدید می‌آید. برای به‌دست آوردن حجم این شکل، کافی است حجم استوانه را بیابیم و حجم مخروط سایه‌خورده را از آن کم کنیم. اگر O را مرکز قاعده مخروط بگیریم، با توجه به مثلث قائم‌الزاویه AOD داریم:

$$OA = \sqrt{AD^2 - OD^2} = \sqrt{7^2 - (4\sqrt{3})^2} = 1$$

پس $h' = 1$ اندازه ارتفاع مخروط و $h = AB + AO = 4 + 1 = 5$ اندازه ارتفاع استوانه است. در نتیجه خواهیم داشت:

$$\text{حجم مطلوب} = \text{حجم استوانه} - \text{حجم مخروط} = \pi R^2 h - \frac{1}{3} \pi R^2 h' = \pi R^2 (h - \frac{h'}{3})$$

$$\xrightarrow{R=4\sqrt{3}} \text{حجم مطلوب} = \pi (4\sqrt{3})^2 (5 - \frac{1}{3}) = 48\pi (\frac{14}{3}) = 224\pi$$

۱۸. گزینه ۱ درست است.

معادله استاندارد دایره به صورت $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$ است.

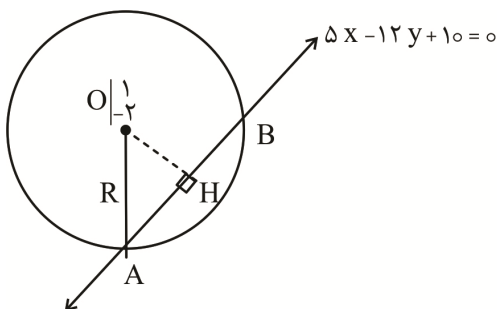
پس $O \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ و $R = 5$. بنابر فرمول فاصله یک نقطه از خطی مفروض، داریم:

$$OH = \frac{|5(1) - 12(-2) + 10|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{39}{13} = 3$$

پس:

$$AH^2 = OA^2 - OH^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow AH = 4$$

$$\Rightarrow AB = 2AH \Rightarrow AB = 8$$



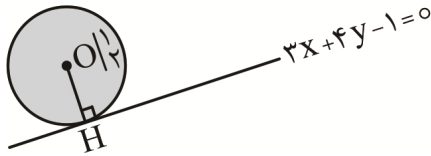
۱۹. گزینه ۳ درست است.

اگر خط بر دایره مماس باشد، فاصله مرکز دایره تا خط، برابر شعاع دایره است. داریم:

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - a = 0 \Rightarrow O(1, 2), R = \sqrt{5+a}$$

$$OH = R$$

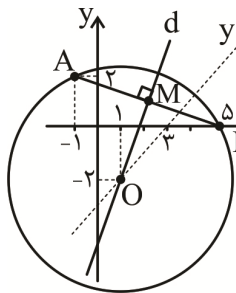
$$OH = \frac{|3+8-1|}{5} = \sqrt{5+a} \Rightarrow 2 = \sqrt{5+a} \Rightarrow \boxed{a = -1}$$



$$\xrightarrow{\text{معادلات دایره‌ها}} \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow O(0, 0), R = 1 \\ x^2 + (y-1)^2 = 4 \Rightarrow O'(0, 1), R' = 2 \end{cases}$$

دایره‌ها، مماس درون‌اند. $OO' = 1 = |R - R'| \Rightarrow$

۲۰. گزینه ۲ درست است.



بنابر تعریف دایره و مکان هندسی آن، نقاط $A(-1, 2)$ و $B(5, 0)$ از مرکز دایره O به یک فاصله‌اند، پس O روی عمودمنصف پاره خط AB قرار دارد و از سوی دیگر مرکز دایره روی خط $y = x - 3$ ، که شامل قطری از دایره است نیز قرار دارد. در نتیجه کافی است نقطه برخورد این دو خط را بیابیم. اگر m_d نشان گر شیب خط d باشد، داریم:

$$M(\text{وسط } AB) = \left(\frac{-1+5}{2}, \frac{2+0}{2} \right) = (2, 1)$$

$$m_{AB} = \frac{0-2}{5-(-1)} = \frac{-1}{3} \Rightarrow m_d = 3 \quad (\text{حاصل ضرب شیب دو خط عمود بر هم، جز در حالتی که یکی قائمه باشد، -۱ است.})$$

$$\Rightarrow B \text{ به کمک مختصات } d: y = 3(x-5) \text{ یا } y = 3x-15 \xrightarrow{\text{تشکیل دستگاه}} \begin{cases} y = 3x-15 \\ y = x-3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow O(1, -2) \xrightarrow{R \text{ شعاع دایره است}} R = OB = \sqrt{(5-1)^2 + (0-(-2))^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

حال برای اینکه نقطه $C(m+5, -m)$ درون دایره باشد، لازم است که $OC < R$ (تمرین ۳ صفحه ۴۶ کتاب هندسه ۳)؛ پس باید داشته باشیم:

$$\sqrt{(m+5-1)^2 + (-m+2)^2} < 2\sqrt{5} \Rightarrow (m+4)^2 + (2-m)^2 < 20$$

$$\Rightarrow m^2 + 8m + 16 + 4 - 4m + m^2 < 20 \Rightarrow 2m^2 + 4m < 0 \Rightarrow m^2 + 2m < 0$$

$$\Rightarrow m(m+2) < 0 \Rightarrow m \in (-2, 0) \Rightarrow \text{طول بازه} = 2$$

۲۱. گزینه ۲ درست است.

پیشامدهای A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$A = \text{پیشامد پذیرفته شدن در ادبیات} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{5}$$

$$B = \text{پیشامد پذیرفته شدن در فلسفه} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{3}$$

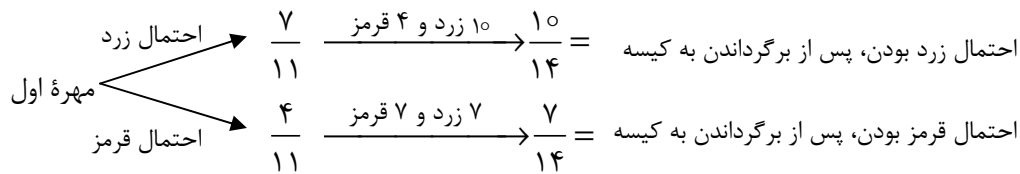
همچنین $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ ؛ در نتیجه خواهیم داشت:

$$P(A' | B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)} = \frac{1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)}{1 - P(B)}$$

$$\Rightarrow P(A' | B') = \frac{1 - \frac{3}{5} - \frac{2}{3} + \frac{1}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}} = \frac{3}{5}$$

۲۲. گزینه ۴ درست است.

با توجه به نمودار درختی زیر داریم:



$$\text{احتمال زرد بودن مهره دوم} = \text{مجموع حاصل ضرب اعداد هر شاخه} = \frac{7}{11} \times \frac{10}{14} + \frac{4}{11} \times \frac{7}{14} = \frac{98}{11 \times 14} = \frac{7}{11}$$

۲۳. گزینه ۴ درست است.

در پرتاب سه تاس، در سه حالت ممکن است که مجموع برآمدهای تاس‌ها مضرب ۶ شود:

الف) جمع برآمدها برابر ۶ باشد که به این صورت‌اند: اعداد رو شده ۲، ۲، ۲ باشند (۱ حالت دارد)؛ اعداد رو شده ۱، ۲، ۳ باشند (که $6 = 3!$ حالت دارد)؛ اعداد رو شده ۱، ۱، ۴ باشند (که ۳ حالت دارد) ، (۱، ۴، ۱) ، (۴، ۱، ۱) برای آن ممکن است.

پس تعداد رخ دادهای این حالت، روی هم برابر $1 + 6 + 3 = 10$ است.

ب) جمع برآمدها برابر ۱۲ باشد که به این صورت‌اند:

اعداد رو شده ۴، ۴، ۴ باشند (۱ حالت).

اعداد رو شده ۱، ۵، ۶ باشند (۶ حالت دارد).

اعداد رو شده ۲، ۴، ۶ باشند (۶ حالت دارد).

اعداد رو شده ۳، ۳، ۶ باشند (۳ حالت دارد).

اعداد رو شده ۲، ۵، ۵ باشند (۳ حالت دارد).

اعداد رو شده ۳، ۴، ۵ باشند (۶ حالت دارد). پس روی هم $25 = 10 + 6 + 6 + 3 + 3 + 6$ حالت وجود دارد.

پ) جمع برآمدها برابر ۱۸ باشد که تنها به ۱ حالت (۶، ۶، ۶) رخ می‌دهد. پس اگر S فضای نمونه‌ای و A پیشامد مطلوب باشد، آنگاه داریم:

$$n(S) = 10 + 25 + 1 = 36, \quad n(A) = 6 + 6 + 3 + 1 = 16$$

مربوط به حالت (۶، ۶، ۶) مربوط به تعداد حالات ۶، ۳، ۳ مربوط به تعداد حالات ۶، ۴، ۲ مربوط به تعداد حالات ۶، ۵، ۱

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

۲۴. گزینه ۲ درست است.

چون سه‌بار «شیر» آمده، پس عدد ۲ یا ۱ در میان کارت‌های بیرون کشیده شده، وجود نداشته است و تنها عدد زوج باقی‌مانده ۴ است. حال اگر A را پیشامد اینکه در پرتاب تاس‌ها سه‌بار «شیر» بیاید بنامیم و B را پیشامد آنکه شماره کارت بیرون آمده

زوج باشد، بنابر قاعده «بیز» باید احتمال $P(B | A) = \frac{P(B)P(A | B)}{P(A)}$ را به دست آوریم. نخست $P(A)$ را از قاعده

احتمال کل می‌یابیم (از روی نمودار درختی هم معلوم است):

$$\begin{aligned} \text{تعداد پرتاب سکه} = \begin{cases} ۳ \xrightarrow{\text{احتمال آمدن ۳ شیر}} P = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \\ ۴ \xrightarrow{\text{احتمال آمدن ۳ شیر}} P = \frac{\binom{4}{3}}{2^4} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \\ ۵ \xrightarrow{\text{احتمال آمدن ۳ شیر}} P = \frac{\binom{5}{3}}{2^5} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16} \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{5}{16} = \frac{11}{16} \end{aligned}$$

احتمال آمدن کارت ۴

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}}{\frac{11}{16}} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{11}{16}} = \frac{1}{20} \times \frac{16}{11} = \frac{4}{55}$$

۲۵. گزینه ۱ درست است.

بنابر متن درس و تمرین ۳ صفحه ۷۱ از کتاب آمار و احتمال، می‌دانیم که اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند، آنگاه A و B' ؛ A' و B و نیز A' و B' مستقل‌اند. از سوی دیگر بنابر استقلال A' و B باید داشته باشیم $P(A'|B) = P(A')$ خواهیم داشت:

$$P(A') = 0.25 ; P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = P(A') + P(B) - P(A')P(B)$$

$$\xrightarrow{P(A' \cup B) = 0.61} 0.61 = 0.25 + P(B) - 0.25P(B) \Rightarrow 0.61 - 0.25 = 0.75P(B)$$

$$\Rightarrow 0.36 = 0.75P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{36}{75} \times \frac{100}{100} = \frac{12}{25} = 0.48 \quad (*)$$

از سوی دیگر $P(A) = 1 - P(A') = 0.75 = \frac{3}{4}$ پس داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B)$$

$$(*) \frac{3}{4} + \frac{12}{25} - \frac{3}{4} \times \frac{12}{25} = \frac{75 + 48 - 36}{100} = \frac{87}{100}$$

۲۶. گزینه ۲ درست است.

با توجه به اینکه $143 = 13 \times 11$ و $143 = 13 \times 23$ داریم $(143, 299) = 13$ و در نتیجه:

$$\xrightarrow{\text{طرفین معادله تقسیم بر ۱۳}} 11x + 23y = 1 \Rightarrow 11x \equiv 1 \Rightarrow -12x \equiv 24$$

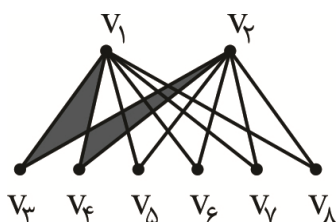
$$\xrightarrow{(-12, 23)=1} x \equiv -2 \Rightarrow x = 23k - 2$$

$$x \text{ عدد دو رقمی} \Rightarrow 10 \leq x \leq 99 \Rightarrow 10 \leq 23k - 2 \leq 99$$

$$\Rightarrow 12 \leq 23k \leq 101 \Rightarrow \frac{12}{23} \leq k \leq \frac{101}{23} \Rightarrow k = 1, 2, 3, 4 \Rightarrow$$

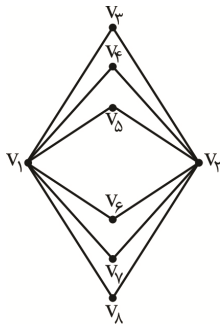
چهار عدد دو رقمی x وجود دارد.

۲۷. گزینه ۳ درست است.



G گرافی با ۸ رأس (از مرتبه ۸) است که $V_1 \notin N_G(V_2)$ به این معناست که V_1 و V_2 با هم مجاور نیستند؛ و این مطلب که هر دو همسایگی باز $N_G(V_1)$ و $N_G(V_2)$ شش عضوی هستند، نشان می‌دهد که V_1 و V_2 به هر ۶ رأس دیگر وصل شده‌اند. پس گراف G به صورت روبه‌رو است. برای تشکیل هر دور در این گراف (که همگی با طول ۴ هستند) باید از رأسی از بالا آغاز کنیم و به رأسی از پایین برویم و سپس به بالا برگردیم و

در نهایت به رأس دیگری از پایین برویم. بنابراین هر دو رأس بالایی (v_7 و v_8) همیشه در دور شرکت می کنند و کافی است از میان ۶ رأس پایین، ۲ رأس انتخاب کنیم که به $\binom{6}{2} = \frac{6 \times 5}{2} = 15$ حالت امکان پذیر است. همه دورهای این گراف با طول ۴ هستند و هر دور، به فرم یک شبه پروانه (مانند شکل سایه خورده) است که معادل با یک دور چهارضلعی (به طول ۴) است.

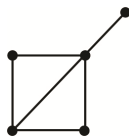


توجه: گراف G را می توان به صورت روبه رو هم کشید (که هم ارز با گراف بالایی است) و دورهای به طول ۴ را شمرد. همان گونه که از این شکل گراف هم روشن است، G دارای دور با طول فرد نیست و دورهای آن همگی با طول ۴ هستند.

۲۸. گزینه ۳ درست است.

گراف ساده G که حاصل ضرب درجه های رأس هایش برابر ۴۸ و تعداد رأس های درجه ۱ آن کمترین باشد را می توان به دو حالت رسم کرد:

۱)



(۱, ۲, ۲, ۳, ۴: درجه های رأس ها)

۲)



(۱, ۲, ۲, ۲, ۲, ۳: درجه های رأس ها)

می دانیم که هر گراف ساده G از مرتبه p داریم $(\forall v \in V(G))$: $d_G(v) + d_{\bar{G}}(v) = p - 1$

و نیز $q(G) + q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2}$ یا به عبارتی $q(\bar{G}) = \frac{p(p-1)}{2} - q(G)$ است. از این رو در حالت های (۱) و (۲) برای تنها رأس درجه ۱، به ترتیب باید داشته باشیم:

$$۱) d_{\bar{G}}(v) + q(\bar{G}) = ((5-1)-1) + \left(\frac{5 \times 4}{2} - 6 \right) = 3 + 4 = 7$$

$$۲) d_{\bar{G}}(v) + q(\bar{G}) = ((6-1)-1) + \left(\frac{6 \times 5}{2} - 6 \right) = 4 + 9 = 13$$

۲۹. گزینه ۱ درست است.

می دانیم $\sum \deg(v_i) = 2q$ ، در نتیجه:

$$10 = \text{مجموع درجات رئوس فرد} \Rightarrow 2 \times 36 = \text{مجموع درجات رئوس فرد} + \underbrace{\text{مجموع درجات رئوس زوج}}_{=62}$$

از طرفی $\deg(v_i) \leq \Delta = 3$ و لذا درجه رئوس فرد برابر ۱ یا ۳ است. حال به بررسی حالت های ممکن در گزینه ها می پردازیم:

۲) سه رأس درجه ۳ و یک رأس درجه ۱

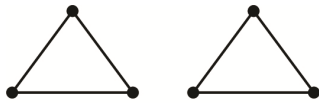
۳) دو رأس درجه ۳ و چهار رأس درجه ۱

۴) یک رأس درجه ۳ و هفت رأس درجه ۱

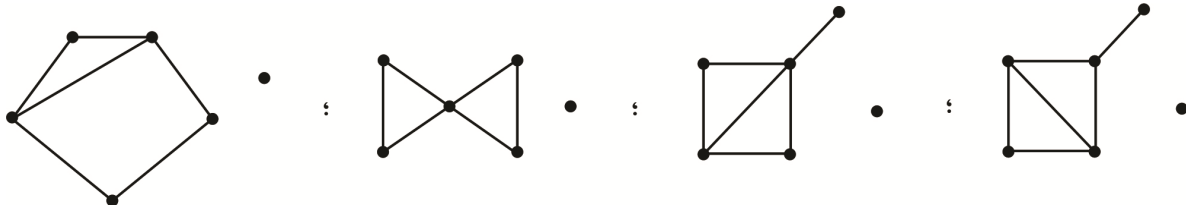
بنابراین تعداد رئوس درجه فرد این گراف نمی تواند برابر ۲ باشد.

۳۰. گزینه ۳ درست است.

گراف‌های ساده ناهمبند G با شرط $p = q = 6$ ، در زیر رسم شده‌اند که شمار آن‌ها برابر ۷ است. برای رسم این گراف‌ها، کافی است که ۶ رأس G را به صورت دو دسته ۳ تایی؛ یک دسته ۵ تایی با یک دسته تک عضوی و یک دسته ۴ تایی با یک دسته ۲ تایی در نظر بگیریم.



(G_1)

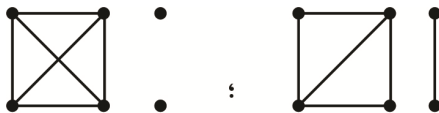


(G_2)

(G_3)

(G_4)

(G_5)



(G_6)

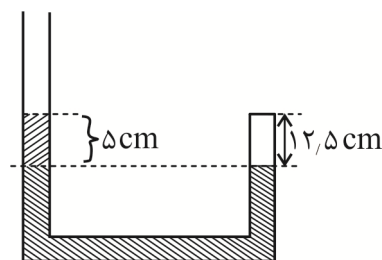
(G_7)

فیزیک

۳۱. گزینه ۴ درست است.

برای آنکه حجم گاز محبوس ۲۵٪ افزایش یابد، سطح جیوه در سمت راست $2/5 \text{ cm}$ پایین رفته و در سمت چپ $2/5 \text{ cm}$ بالا می‌رود تا اختلاف سطح جیوه در دو طرف 5 cm گردد.

$$\begin{aligned} \text{حالت اول: } & \begin{cases} P_1 = P_0 = 75 \text{ cmHg} \\ V_1 = A \times 10 \\ T_1 = 273 + 27 = 300 \text{ K} \end{cases} \\ \text{حالت دوم: } & \begin{cases} P_2 = P_0 + 5 = 80 \text{ cmHg} \\ V_2 = A \times 12/5 \\ T_2 = ? \end{cases} \end{aligned}$$



$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{75 \times 10}{300} = \frac{80 \times 12/5}{T_2} \Rightarrow T_2 = 400 \text{ K}$$

$$\Delta\theta = \Delta T = 100 \text{ K} \Rightarrow \Delta F = 1/8 \Delta\theta = 12.5^\circ \text{F}$$

(فیزیک ۱ - صفحات ۱۱۷ تا ۱۲۳)

۳۲. گزینه ۴ درست است.

گام اول: ابتدا با استفاده از رابطه $n = \frac{m}{M}$ ، تعداد مول گاز را به دست می آوریم:

$$\left. \begin{aligned} n_{O_2} &= \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{64}{32} = 2 \text{ mol} \\ n_{H_2} &= \frac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \frac{4}{2} = 2 \text{ mol} \end{aligned} \right\} \rightarrow n_T = n_{O_2} + n_{H_2} = 2 + 2 = 4 \text{ mol}$$

گام دوم: حال با استفاده از معادله حالت، فشار گاز درون مخزن را محاسبه می کنیم:

$$T = \theta + 273 = 27 + 273 = 300 \text{ K}$$

$$PV = nRT \Rightarrow P \times 6 \times 10^{-3} = 4 \times 8 \times 300 \Rightarrow P = 16 \times 10^5 \text{ Pa} = 16 \text{ atm}$$

گام سوم: حال فشار پیمانه ای مخزن را به دست می آوریم:

$$P_{\text{پیمانه ای}} = P - P_0 = 16 - 1 = 15 \text{ atm}$$

(فیزیک ۱ - صفحات ۱۲۸، ۱۲۹)

۳۳. گزینه ۳ درست است.

منظور از انرژی پتانسیل هر ذره، انرژی پتانسیل مربوط به برهم کنش خود ذرات ماده با یکدیگر است. برای مثال اگر سیلندر گاز را از روی سطح زمین برداریم، انرژی پتانسیل وابسته به انرژی درونی تغییر نمی کند.

مجموع انرژی جنبشی ذره های ماده (گاز درون سیلندر)، به دمای ذرات بستگی دارد. با تغییر انرژی جنبشی، دمای گاز تغییر می کند. با توجه به اینکه انرژی درونی گاز کامل فقط تابع دمای گاز است، بنابراین انرژی درونی نیز تغییر می کند.

(فیزیک ۱ - صفحات ۱۳۰، ۱۲۹)

۳۴. گزینه ۳ درست است.

تغییر انرژی درونی فقط تابع دما است. چون در هر دو حالت فرآیند A و B، دما یکسان است، پس تغییر انرژی درونی هم یکسان است.

$$|\Delta U_A| = |\Delta U_B|$$

نمودار P-T هر دو فرآیند به صورت خطی است که از مبدأ می گذرد، پس هر دو فرآیند هم حجم است. پس طبق رابطه زیر داریم:

$$PV = nRT \Rightarrow P = \frac{nR}{V} T$$

$$V_B > V_A$$

طبق این رابطه شیب خط با حجم گاز رابطه عکس دارد؛ در نتیجه:

(فیزیک ۱ - صفحات ۱۳۱، ۱۳۲)

۳۵. گزینه ۲ درست است.

می دانیم اگر نمودار V-P خط مبدأ گذر باشد، نمودار مربوط به فرآیند هم فشار است. برای محاسبه کار گاز در این فرآیند

می توانیم از رابطه $W_{\text{گاز}} = nR\Delta T$ استفاده کنیم و چون تعداد مول های گاز از رابطه $n = \frac{m}{M}$ به دست می آید می توان نوشت:

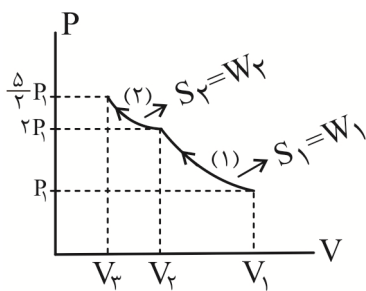
$$W_{\text{گاز}} = \frac{m}{M} R \Delta T$$

$$W_{\text{گاز}} = \frac{2(g)}{4(\frac{g}{mol})} \times 8 \times (300 - 250)$$

$$W_{\text{گاز}} = \frac{1}{2} \times 8 \times 50 = 200 \text{ J}$$

(فیزیک ۱ - صفحات ۱۳۲، ۱۳۳، ۱۳۴)

۳۶. گزینه ۲ درست است.



گام اول: براساس شکل، گاز دو فرآیند همدمای تراکمی را طی کرده است. با توجه به رابطه $PV = nRT$ و ثابت بودن nRT و افزایش فشار، حجم گاز در حال کاهش است. $(V = \frac{nRT}{P})$ به طوری که $V_3 < V_2 < V_1$ است.

$$\begin{cases} V_3 < V_2 < V_1 \\ P_3 < P_2 < P_1 \end{cases}$$

از طرفی مساحت نمودار $(P - V)$ برابر کار انجام شده روی گاز است. با توجه به اینکه رابطه بالا بین حجم و فشار گاز وجود دارد؛ بنابراین $W_2 < W_1$ یا $W_1 > W_2$ است.

گام دوم: انرژی درونی گاز فقط تابع دمای گاز است. با توجه به ثابت بودن دمای گاز در هر دو فرآیند با هم برابر است.

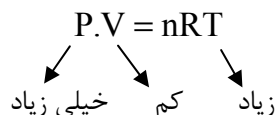
(فیزیک ۱ - صفحات ۱۳۵، ۱۳۶)

۳۷. گزینه ۳ درست است.

افزایش فشار نشان می دهد با یک فرآیند بی دررو تراکمی مواجهیم.

در فرآیندی بی دررو: $\Delta U = W \Leftarrow Q = 0$

حجم کاهش یافته $\Leftarrow W > 0 \Leftarrow \Delta U > 0 \Leftarrow T$ زیاد



این یعنی هر چند از افزایش دمای مطلق گاز اطمینان داریم، ولی افزایش آن از نسبت افزایش فشار کمتر است.

$$\Rightarrow 1 < \frac{T_2}{T_1} < 3 \Rightarrow 1 < k < 3$$

(فیزیک ۱ - صفحات ۱۳۷، ۱۳۸)

۳۸. گزینه ۴ درست است.

بررسی عبارت ها:

الف) نادرست است. از رابطه قانون تغییر انرژی درونی یعنی $\Delta U = Q + W$ استفاده می کنیم. چون فرآیند انبساطی است کار محیط برابر $100 -$ ژول است و چون در فرآیند هم فشار انبساطی دما زیاد می شود نتیجه می گیریم، انرژی درونی گاز نیز افزایش می یابد پس $\Delta u = +50$ است. پس می توان نوشت:

$$+50 = Q + (-100) \rightarrow Q = +150 \text{ J}$$

ب) نادرست است؛ زیرا در یک چرخه ساعتگرد کار محیط منفی است و دستگاه گرما می گیرد:

$$W = -Q = -20 \text{ J}$$

پ) درست است. از قانون اول ترمودینامیک استفاده می کنیم:

$$\Delta U = Q + W \xrightarrow[\text{تراکم} > 0]{\text{بی دررو} = 0} \Delta U > 0 \Rightarrow \Delta T > 0$$

ت) درست است. به ازای تغییر حجم یکسان، تغییر فشار در فرآیند هم دما کمتر از فرآیند بی دررو است.

(فیزیک ۱ - صفحات ۱۳۱ تا ۱۴۰)

۳۹. گزینه ۱ درست است.

در فرآیند هم حجم AB، گاز گرما از دست داده است، پس Q_{AB} منفی است: (زیرا در این فرآیند هم حجم $W = 0$ است و $\Delta U = Q$ و چون PV کاهش یافته، بنابراین T و U نیز کاهش و $\Delta U < 0$ است).

$$Q_{AB} = -600 \text{ J}$$

در فرآیند همدمای BC، گاز گرما گرفته است، پس Q_{BC} مثبت است:

(در فرآیند هم‌دما $\Delta U = 0$ و $Q = +W$ است و چون این فرآیند انبساطی است؛ پس $W < 0$ و $Q > 0$ می‌شود.)
 $Q_{BC} = +200 \text{ J}$

در فرآیند بی‌دررو CA ، گاز با محیط تعادل ندارد: $Q_{CA} = 0$

گرمای کل مبادله‌شده بین گاز و محیط در طی چرخه برابر است با:

$$Q_T = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = -600 + 200 + 0 = -400 \text{ J}$$

تغییر انرژی درونی گاز در یک چرخه صفر است؛ پس:

$$\Delta U = Q_T + W_T \Rightarrow W_T - 400 = 0 \Rightarrow W_T = 400 \text{ J}$$

(فیزیک ۱ - صفحات ۱۳۹، ۱۴۰)

۴۰. گزینه ۲ درست است.

گام اول: با توجه به هم‌دما بودن فرآیند AC ، دمای گاز در A با دمای گاز در حالت B یکسان است.

$$T_A = T_C$$

می‌توانیم دمای گاز را در نقطه A تعیین کنیم.

$$P_A V_A = nRT_A \xrightarrow{\frac{P=2/4}{V=4/4}} 1/2 \times 10^5 \times 4/4 \times 10^{-3} = 0/2 \times 8 T_A$$

$$T_A = 330 \text{ K} \quad T_C = T_A = 330 \text{ K}$$

گام دوم: با توجه به رابطه $PV = nRT$ ، حجم گاز در حالت A را به‌دست می‌آوریم:

$$P = U = nRT \xrightarrow{\frac{P_A=2/4 \text{ atm}}{T_A=330 \text{ K}}} (2/4 \times 10^5) V_A = 0/2 \times 8 \times 330$$

$$V_A = 22 \times 10^{-4} \text{ m}^3 = 2/2 \text{ L}$$

گام سوم: کار انجام‌شده روی گاز در فرآیند هم‌فشار را با توجه به رابطه $W = -P\Delta V$ محاسبه می‌کنیم.

$$W = -P\Delta V \quad W = -2/4(-2/2 - 4/4) \times 10^5 = 528 \text{ J}$$

(فیزیک ۱ - صفحات ۱۳۲ تا ۱۳۵)

۴۱. گزینه ۳ درست است.

گام اول: گرمایی که از منبع دمای بالا می‌گیرد.

و گرمایی که به منبع دمای پایین می‌دهد.

گام دوم:

$$Q_H = 300 \text{ J}$$

$$|Q_L| = 180 \text{ J}$$

$$|W| = Q_H - |Q_L| \Rightarrow |W| = 300 - 180 = 120 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{120}{300} = 0/4$$

گام سوم: بازده و توان خروجی ماشین گرمایی را محاسبه می‌کنیم:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{120}{60} = 2 \text{ W} = 0/2 \text{ kW}$$

(فیزیک ۱ - ص ۱۴۵)

۴۲. گزینه ۳ درست است.

قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچال بیان می‌کند که، انتقال گرما از منبع سرد به منبع گرم بدون انجام کار غیرممکن است.

(فیزیک ۱ - صفحه ۱۴۷)

۴۳. گزینه ۱ درست است.

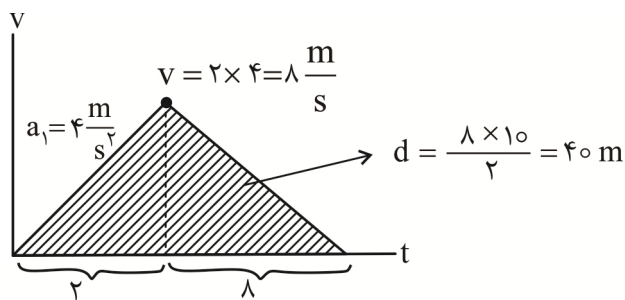
اینکه مدت‌زمان حرکت اولیه، $\frac{1}{4}$ برابر حرکت ثانویه است، نشان می‌دهد شتاب مرحله اول (قبل از پاره شدن طناب)، ۴ برابر

شتاب مرحله دوم (پس از پاره شدن طناب) است. توجه کنید بعد از پاره شدن طناب، تنها نیروی اصطکاک در راستای افقی

شتاب کندشونده جسم را تأمین می‌کند:

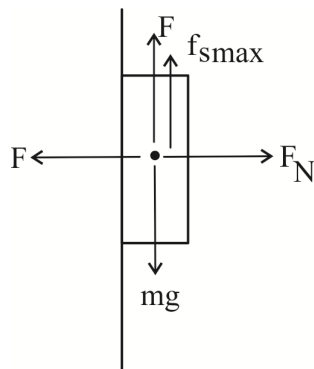
$$F_x = ma_x \Rightarrow \mu_k mg = ma_x \Rightarrow a_x = \mu_k g = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, a_1 = 4a_x = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

برای تعیین کل مسافت طی‌شده، نمودار $v-t$ متحرک را رسم می‌کنیم:



توجه کنید سطح زیر نمودار $v-t$ بیانگر جابه‌جایی است. (فیزیک ۳ - صفحات ۳۲ تا ۳۴)

۴۴. گزینه ۳ درست است.



گام اول: نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. چون جسم در آستانه حرکت به طرف پایین است، بیشتر نیروی اصطکاک ایستایی، بر جسم وارد می‌شود.

گام دوم: در راستاهای موازی و عمود بر سطح برآیند نیروهای وارد بر جسم را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$F_N - F = 0$$

$$F + f_{s \max} = mg \xrightarrow{f_{s \max} = \mu_s F_N = 0.5 F_N, F_N = F} F + 0.5 F = 60 \rightarrow F = 40 \text{ N}$$

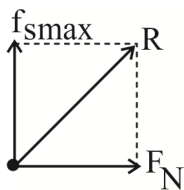
گام سوم: نیروی اصطکاک را حساب می‌کنیم:

$$f_{s \max} = 0.5 \times F = 20 \text{ N}$$

گام چهارم: نیروی سطح بر جسم را از رابطه $R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2}$ حساب می‌کنیم:

$$R = \sqrt{20^2 + 40^2} = 40\sqrt{5} \text{ N}$$

جهت نیروی سطح را تعیین می‌کنیم. (فیزیک ۳ - صفحات ۳۸ تا ۴۲، ۴۶)



۴۵. گزینه ۴ درست است.

ابتدا حرکت جسم تندشونده و شتاب حرکت رو به بالا بوده و در خلال توقف حرکت جسم کندشونده و شتاب آن رو به پایین است.

$$\text{حالت اولیه: } T_1 - mg = ma_1 \Rightarrow T_1 = mg + ma_1$$

$$\text{حالت دوم: } mg - T_2 = ma_2 \Rightarrow T_2 = mg - ma_2$$

$$\text{تفاضل روابط: } T_1 - T_2 = \Delta T = ma_1 + ma_2$$

$$\Delta T = m(a_1 + a_2) = 5 \times 5 = 25 \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۴۴، ۴۵)

۴۶. گزینه ۳ درست است.

گام اول: نیروهای وارد بر جسم را در دو حالت رسم می‌کنیم و با استفاده از اختلاف طول فنر و قانون دوم نیوتن ضریب اصطکاک جنبشی را محاسبه می‌کنیم:

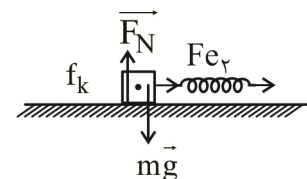
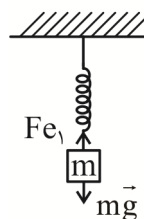
$$\text{حالت (الف): } F_{e1} = mg$$

$$\text{حالت (ب): } F_{e2} = f_k (v = \text{ثابت} \Rightarrow a = 0) = \mu_k F_N = \mu_k mg$$

$$\Delta F_e = K \Delta l \Rightarrow mg - \mu_k mg = K(l_1 - l_2)$$

$$mg(1 - \mu_k) = K(l_1 - l_2)$$

$$200 \times 10^{-3} \times 10(1 - \mu_k) = 20(35 - 30) \times 10^{-2}$$



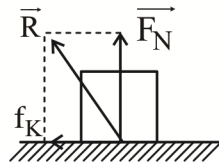
$$1 - \mu_K = \frac{1}{2} \Rightarrow \mu_K = \frac{1}{2}$$

گام دوم: نیروی اصطکاک جنبشی را به دست می آوریم و سپس نیرویی که از طرف سطح بر جسم وارد می شود را محاسبه می کنیم:

$$f_k = \mu_K mg \xrightarrow{\mu_K = \frac{1}{2}, m = 0.2} f_k = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 10 = 1 \text{ N}$$

$$R = \sqrt{f_k^2 + F_N^2}$$

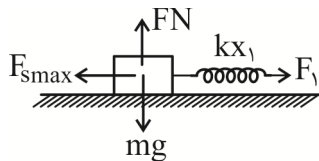
$$R = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5} \text{ N}$$



(فیزیک ۳ - صفحات ۴۳، ۴۴)

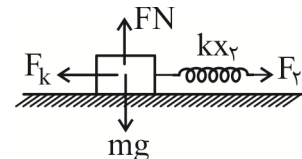
۴۷. گزینه ۳ درست است.

گام اول: هنگامی که جسم شروع به حرکت می کند نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه بر جسم وارد می شود و بنابر قانون دوم نیوتن و قانون هوک ($f = kx$) می توان نوشت:



$$F_1 - f_{smax} = 0 \rightarrow F_1 = \mu_s mg = 4m \rightarrow kx_1 = 4m \quad (1)$$

گام دوم: هنگام حرکت جسم با شتاب $\frac{m}{3}$ نیروی اصطکاک جنبشی است و داریم:



$$F_2 - f_k = ma$$

$$F_2 - \mu_k mg = ma \rightarrow F_2 - 2m = 3m \rightarrow F_2 = 5m \rightarrow kx_2 = 5m \quad (2)$$

گام سوم: با تقسیم طرفین رابطه های (۱) و (۲) می توان نسبت مورد نظر را حساب کرد.

$$\frac{kx_1}{kx_2} = \frac{4m}{5m} \rightarrow \frac{x_1}{x_2} = \frac{4}{5}$$

(فیزیک ۳ - مسائل ترکیبی نیرو)

۴۸. گزینه ۲ درست است.

$$F_e = kx$$

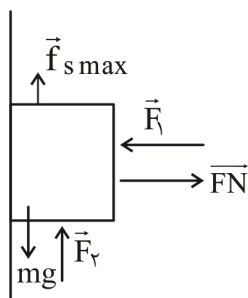


$$F = ma \Rightarrow mg - kx = ma$$

$$\Rightarrow 40 - 8x = 4 \times 2 \Rightarrow x = 4 \text{ cm}$$

فاصله جسم از کف آسانسور نیز همین اندازه تغییر می کند. (فیزیک ۳ - مسائل ترکیبی نیرو)

۴۹. گزینه ۴ درست است.



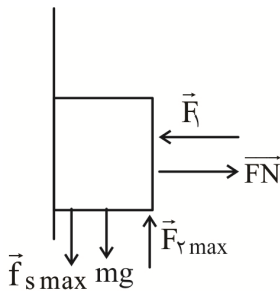
گام اول: با توجه به اندازه نیروی قائم F_y ، جسم می تواند در آستانه حرکت به سمت پایین و بالا باشد. اگر جسم در آستانه حرکت به سمت پایین باشد، اندازه نیروی $\vec{F}_y$ ، کمترین مقدار است؛ پس:

$$F_{netx} = 0 \Rightarrow F_N - F_1 = 0 \Rightarrow F_N = F_1 = 6 \text{ N}$$

$$R = 10 \text{ N} \Rightarrow R = \sqrt{f_{smax}^2 + F_N^2} \Rightarrow 10 = \sqrt{f_{smax}^2 + 6^2} \Rightarrow f_{smax} = 8 \text{ N}$$

$$F_{nety} = 0 \Rightarrow F_{ymin} + f_{smax} - mg = 0$$

$$\Rightarrow F_{ymin} = mg - f_{smax} = 20 - 8 = 12 \text{ N}$$



گام دوم: اگر جسم در آستانه حرکت رو به بالا باشد، اندازه نیروی $\vec{F}$ ، بیشترین مقدار است؛ پس:

$$F_{\text{netx}} = 0 \Rightarrow F_N - F = 0 \Rightarrow F_N = 6N$$

$$R = 10N \Rightarrow R = \sqrt{f_{s \max}^2 + F_N^2}$$

$$\Rightarrow 10 = \sqrt{f_{s \max}^2 + 6^2} \Rightarrow f_{s \max} = 8N$$

$$F_{\text{nety}} = 0 \Rightarrow F_{\text{vmax}} = mg + f_{s \max}$$

$$\Rightarrow F_{\text{vmax}} = 20 + 8 = 28N$$

$$\frac{F_{\text{vmin}}}{F_{\text{vmax}}} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$$

گام سوم: در نهایت داریم:

(فیزیک ۳ - مسائل ترکیبی نیرو)

۵۰. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{r' = 1/2 \Delta r} \frac{F'}{F} = \left(\frac{1}{1/2 \Delta}\right)^2$$

$$\frac{F'}{F} = 0.64$$

$$\text{درصد تغییرات نیروی بین دو کره} = \frac{F' - F}{F} \times 100 = \frac{0.64F - F}{F} \times 100 = -36\%$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۵۳، ۵۴، ۵۵)

۵۱. گزینه ۲ درست است.

گام اول: اگر به اندازه h از سطح سیاره بالا برویم، شتاب گرانش ۳۶ درصد کاهش می‌یابد. با توجه به رابطه شتاب گرانش داریم:

$$\frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_x}{R_x + h}\right)^2 \Rightarrow 0.64 = \left(\frac{R_x}{R_x + h}\right)^2 \xrightarrow{R_x = \frac{4}{5} R_e} 0.64 = \left(\frac{\frac{4}{5} R_e}{\frac{4}{5} R_e + h}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}}$$

$$0.8 = \frac{\frac{4}{5} R_e}{\frac{4}{5} R_e + h} \Rightarrow h = \frac{1}{5} R_e$$

گام دوم: حال با استفاده از رابطه شتاب گرانش می‌توان نوشت:

$$\frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{R_e + \frac{1}{5} R_e}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{\frac{6}{5} R_e}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۵۳ تا ۵۵)

۵۲. گزینه ۴ درست است.

گام اول: با توجه به رابطه نیروی گرانش برای محاسبه شتاب گرانش در سطح یک سیاره می‌توان نوشت:

$$mg = G \frac{m m_p}{R_p^2} \rightarrow g_p = \frac{G m_p}{R_p^2}$$

با توجه به رابطه چگالی ($m = \rho V$) مقدار $m_p = \rho V$ را قرار می‌دهیم و داریم:

$$g_p = \frac{G\rho V}{R_p^2} \quad V = \frac{4}{3}\pi R_p^3 \rightarrow g_p = \frac{G \times \frac{4}{3}\pi R_p^3}{R_p^2} \rightarrow g_p = \frac{4\pi}{3} G\rho R_p$$

گام دوم: با مقایسه چگالی متوسط و شعاع سیاره با زمین، شتاب گرانش در سطح سیاره را حساب می‌کنیم:

$$\frac{g_p}{g} = \frac{\rho_p R_p}{\rho_e R_e} \rightarrow \frac{g_p}{10} = \frac{\frac{4}{3}\rho_e \times 2R_e}{\rho_e \times \rho_e} \rightarrow g_p = 30 \frac{m}{s^2}$$

گام سوم: از رابطه مقایسه‌ای شتاب گرانش در ارتفاع h با سطح سیاره می‌توان نوشت:

$$\frac{g'_p}{g_p} = \left(\frac{R_p}{R_p + h} \right)^2 \xrightarrow{h=R_p, g_p=30} \frac{g'_p}{30} = \left(\frac{R_p}{2R_p} \right)^2 \rightarrow g'_p = 7.5 \frac{m}{s^2}$$

$$mg'_p = 80 \times 7.5 = 600 \text{ N}$$

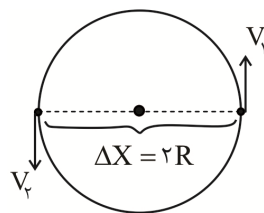
گام چهارم: نیروی وزن فضاورد را حساب می‌کنیم:

(فیزیک ۳ - صفحات ۵۳ تا ۵۵)

۵۳. گزینه ۲ درست است.

$$rPm = \frac{60}{T} = 10 \Rightarrow T = 6 \text{ s}$$

جابه‌جایی ذره، هنگامی 40 cm یعنی به اندازه قطر دایره می‌شود که به نقطه مقابل خود در دایره برود. ولی توجه کنید ممکن است یک یا چند دوران کامل انجام داده و سپس به این نقطه برود.



با رسیدن به نقطه مقابل در دایره، سرعت ذره قرینه شده و $|\Delta \vec{v}| = 2v_1$ می‌شود. برای آنکه شتاب متوسط حداکثر شود باید Δt حداقل گردد و ذره تنها نصف دوره را در نصف دوره تناوب طی کند.

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 30 \times 0.2}{6} = 0.2 \frac{m}{s}$$

$$|\Delta \vec{v}| = 2v_1 = 0.4 \frac{m}{s}$$

$$\Delta t_{\min} = \frac{T}{2} = 3 \text{ s}$$

$$a_{\max} = \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t_{\min}} = \frac{0.4}{3} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15} \frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۴۸ تا ۵۰)

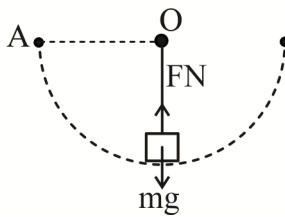
۵۴. گزینه ۱ درست است.

گام اول: ابتدا با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی، تندی وزنه را در پایین نقطه مسیر تعیین می‌کنیم. (توجه کنید که پایین نقطه نیم‌کره را سطح مبنای پتانسیل در نظر می‌گیریم.)

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow U_1 = K_2 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 10 \times 5 = \frac{1}{2}v^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 100 \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s}$$

گام دوم: حال نیروی عمودی تکیه‌گاه را محاسبه می‌کنیم:



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \Rightarrow F_N - mg = \frac{mv^2}{R}$$

$$\Rightarrow F_N - 2 \times 10 = \frac{2 \times 10^2}{5}$$

$$\Rightarrow F_N - 20 = 40 \Rightarrow F_N = 60 \text{ N}$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۵۱ تا ۵۳)

۵۵. گزینه ۱ درست است.

گام اول: ضریب اصطکاک جاده بارانی را برحسب ضریب اصطکاک جاده خشک محاسبه می‌کنیم.

$$\mu_{\text{س بارانی}} = \mu_{\text{س خشک}} - \%64\mu_{\text{س خشک}} = \%36\mu_{\text{س خشک}}$$

گام دوم: بیشترین تندی مجاز (تندی با سرعت ایمن برای یک خودرو) در یک پیچ جاده از رابطه $v_{\text{max}} = \sqrt{\mu_s rg}$ به دست می‌آید. برای دو حالت جاده (بارانی و خشک) نسبت v_{max} را می‌نویسیم.

$$\frac{v_{\text{max}} \text{ بارانی}}{v_{\text{max}} \text{ خشک}} = \frac{\sqrt{\mu_{\text{س بارانی}}}}{\sqrt{\mu_{\text{س خشک}}}} = \frac{\mu_{\text{س خشک}} = \%36\mu_{\text{س بارانی}}}{v_{\text{max}} \text{ خشک} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \Rightarrow \frac{v_{\text{max}} \text{ بارانی}}{v_{\text{max}} \text{ خشک}} = 0.6$$

$$v_{\text{max}} \text{ بارانی} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳ - صفحات ۵۰ تا ۵۳)

شیمی

۵۶. گزینه ۲ درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) مولکول‌های قطبی آسان‌تر مایع می‌شوند.

(۲) مولکول‌های دو اتمی با اتم‌های یکسان مانند X_2 ناقطبی هستند اما مولکول‌های دو اتمی با اتم‌های متفاوت مانند AB قطبی هستند و چون جرم مولی این دو مولکول به هم نزدیک است، AB نقطه جوش بالاتری دارند.

(۳) گشتاور دو قطبی مولکول X_2 برابر صفر است.

(۴) قدرت نیروهای بین مولکولی در AB قوی‌تر از X_2 است. (شیمی ۲ - ص ۱۰۶)

۵۷. گزینه ۳ درست است.

مولکول‌های A، B و C به ترتیب H_2O ، H_2S و H_2Se هستند.

مورد «الف» نادرست است؛ زیرا گشتاور دوقطبی آب $1.85D$ و گشتاور دوقطبی H_2S برابر $0.97D$ است.

مورد «ب» درست است. نقطه جوش آب برابر $100^\circ C$ و نقطه جوش H_2S برابر $-6^\circ C$ است.

مورد «پ» نادرست است؛ زیرا هر سه مولکول H_2O ، H_2S و H_2Se قطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

مورد «ت» درست است. در میان این سه مولکول فقط آب توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد. (شیمی ۱ - ص ۱۰۶)

۵۸. گزینه ۳ درست است.

مطلب اول درست است. مولکول‌های آب در حالت جامد (یخ) ۴ پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهند. اما میانگین پیوندهای هیدروژنی در حالت مایع میان مولکول‌های آب ۲ یا ۳ پیوند است. در حالت گاز هم مولکول‌های آب با یکدیگر پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌دهند.

مطلب دوم درست است. نقطه جوش HBr از HCl بیشتر است و مقایسه درست نقطه جوش به صورت $HF > HBr > HCl$ است.

مطلب سوم درست است. CH_4 و C_4H_{10} هر دو ناقطبی هستند. اما چون جرم مولی C_4H_{10} بیشتر است، و جاذبه بین مولکولی در آن قوی‌تر است، آسان‌تر مایع می‌شود.

مطلب چهارم نادرست است؛ زیرا جرم مولی PH_3 بیشتر از جرم مولی NH_3 است اما به دلیل تشکیل پیوند هیدروژنی،

نقطه جوش NH_3 بیشتر از PH_3 است. (شیمی ۱ - صفحات ۱۰۷، ۱۰۸)

۵۹. گزینه ۱ درست است.

عبارت اول درست است. استون (C_3H_6O) دارای ۱۰ پیوند کووالانسی و اتانول دارای ۸ پیوند کووالانسی است. (ص ۱۰۹)
عبارت دوم درست است. هگزان رقیق کننده رنگ (تینر) است و از اتانول برای تهیه مواد دارویی و بهداشتی استفاده می شود.
عبارت سوم درست است. اتانول و استون جزو موادی هستند که به هر نسبت در آب حل می شوند و به دلیل آنکه هگزان ناقطبی است حلال خوبی برای مواد ناقطبی محسوب می شود.
عبارت چهارم درست است. اگر حلال یک محلول آب باشد به محلول تشکیل شده محلول آبی گفته می شود، و اگر حلال یک محلول هر ماده ای به غیر از آب باشد به آن محلول، محلول غیرآبی گفته می شود. (شیمی ۱ - ص ۱۰۹)

۶۰. گزینه ۳ درست است.

بررسی گزینه ها:

(۱) ترکیب هیدروژن دار CH_4 ، A است که چون ناقطبی است و جرم مولی کمتری از آب دارد و پیوند هیدروژنی هم تشکیل نمی دهد، نقطه جوش کمتری نسبت به آب دارد.
(۲) A کربن است و E اکسیژن، که می توانند با یکدیگر CO_2 و CO تشکیل دهند. CO_2 مولکولی ناقطبی و CO مولکولی قطبی است.
(۳) ترکیب هیدروژن دار G، آمونیاک (NH_3) است و ترکیب هیدروژن دار E، آب (H_2O) است. نقطه جوش آب بیشتر از نقطه جوش آمونیاک است.
(۴) D و X به ترتیب F و Cl است که در دمای اتاق به صورت مولکول های دواتمی F_2 و Cl_2 هستند و چون ناقطبی هستند در میدان الکتریکی جهت گیری نمی کنند. (شیمی ۱ - ص ۱۰۶ تا ۱۰۷)

۶۱. گزینه ۴ درست است.

انحلال ترکیب های یونی در آب با تغییر در ماهیت حل شونده همراه است. یعنی ترکیب های یونی (مثل NaCl، $NaNO_3$ و LiCl) به صورت یونی در آب حل می شوند. اما شکر، اتانول و استون به صورت مولکولی در آب حل می شوند. لاک در استون، رنگ در هگزان به صورت مولکولی حل می شوند و تغییر ساختار نمی دهند. یعنی مولکول های ید به صورت I_2 در هگزان حل می شوند. (شیمی ۱ - ص ۱۱۱)

۶۲. گزینه ۲ درست است.

ابتدا جرم گاز حل شده را حساب می کنیم. (جرم مولی NO برابر ۳۰ گرم است.)

$$3,01 \times 10^{22} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{6,02 \times 10^{23}} \times \frac{30 \text{ g NO}}{1 \text{ mol NO}} = 1,5 \text{ g NO}$$

این ۱/۵g گاز NO در ۵kg (۵۰۰۰g) آب حل شده است پس در ۱۰۰g آب ۰/۰۳g = $\frac{1,5 \times 100}{5000}$ گاز NO حل می شود.

انحلال پذیری NO از ۰/۰۴ به ۰/۰۳ گرم در ۱۰۰ گرم آب رسیده است ($\frac{3}{4}$ برابر شده) پس فشار گاز هم باید $\frac{3}{4}$ برابر شود.

(شیمی ۱ - ص ۱۱۵)

۶۳. گزینه ۲ درست است.

بررسی عبارت ها:

عبارت اول: با افزایش فشار گاز، انحلال پذیری گاز در حلال مورد نظر افزایش می یابد. (قانون هنری)
عبارت دوم: هرچه نمک بیشتری در آب حل شده باشد، مقدار گازی که می توان در آب حل کرد کمتر می شود. به همین دلیل است که انحلال پذیری گاز اکسیژن در آب دریا کمتر از آب آشامیدنی است.
عبارت سوم: هرچه دمای آب بیشتر باشد، جنبش مولکول های آن بیشتر است و گاز کمتری در آب حل می شود.
عبارت چهارم: به طور کلی مولکول های قطبی بیشتر از مولکول های ناقطبی در آب حل می شوند. چون با آب که مولکول های قطبی دارد برهم کنش شدیدتری دارند. هرچند برخی از مولکول های ناقطبی مثل CO_2 انحلال پذیری خوبی در آب دارند زیرا با آب واکنش می دهند. اما به طور کلی هرچه قطبیت مولکول های گازی بیشتر باشد. انحلال آن ها در آب بیشتر است. (شیمی ۱ - ص ۱۱۵)

۶۴. گزینه ۴ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول نادرست است؛ زیرا ردپای آب در تولید یک کیلوگرم چرم ۱۶۶۰۰ لیتر و در تولید یک کیلوگرم گوجه‌فرنگی ۱۸۰ لیتر است. (ص ۱۱۶)

عبارت دوم نادرست است؛ زیرا احساس خستگی به دلیل کاهش چشم‌گیر یون‌ها در الکترولیت‌های بدن است. (ص ۱۱۵)

عبارت سوم نادرست است؛ زیرا آب دریاها حتی برای مصارف صنعتی و کشاورزی هم مناسب نیست.

عبارت چهارم نادرست است؛ زیرا اسمز معکوس خودبه‌خودی نیست و با اعمال فشار خارجی انجام می‌شود.

عبارت پنجم درست است. قبل از برقراری تعادل در اسمز مولکول‌های آب در هر دو سوی غشای نیمه تراوا حرکت می‌کنند. اما تعداد مولکول‌های آبی که از محیط رقیق به غلیظ می‌روند بیشتر است. (شیمی ۱ - ص ۱۱۶)

۶۵. گزینه ۳ درست است.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا در روش صافی کربنی و اسمز معکوس ترکیب‌های آلی فرار، از آب حذف می‌شوند. (ص ۱۱۹)
عبارت «ب» درست است. در اسمز فرض بر این است که فقط مولکول‌های آب از غشای نیمه تراوا عبور می‌کنند. از این رو شمار مولکول‌ها و یون‌ها در سمت غلیظ غشای نیمه تراوا به تقریب ثابت می‌مانند، اما چون آب به سمت غلیظ انتشار یافته است، غلظت این ذرات کاهش می‌یابد.

عبارت «پ» درست است. چون CO_2 یک اکسید اسیدی است، هرچه آب خاصیت بازی بیشتری داشته باشد (pH بزرگ‌تر) انحلال آن در آب بیشتر است.

عبارت «ت» نادرست است؛ زیرا باریم سولفات (BaSO_4) در آب حل نمی‌شود. پس نیروی جاذبه یون دوقطبی میان Ba^{2+} ، SO_4^{2-} و آب کوچک‌تر از میانگین نیروی پیوند یونی در BaSO_4 و پیوند هیدروژنی در آب است. (ص ۱۱۳)
(شیمی ۱ - ص ۱۱۸)

۶۶. گزینه ۱ درست است.

عبارت‌های «الف» و «پ» درست است.

ترکیب a اسید چرب است. مخلوط آن با صابون و آب می‌تواند منجر به تولید کلویید شود. (کلوییدها مخلوط ناهمگن و پایدار هستند).

ترکیب b نمی‌تواند صابون مایع باشد زیرا زنجیر هیدروکربنی (بخش ناقطبی) آن از کربن‌های زیادی تشکیل نشده است.

ترکیب c یک پاک‌کننده غیرصابونی با حلقه بنزن (آروماتیک) است.

ترکیب d یک پاک‌کننده صابونی است که این پاک‌کننده با آلاینده‌ها برهم‌کنش دارد. (واکنش انجام نمی‌دهد).

(شیمی ۳ - ص ۱ تا ۱۳)

۶۷. گزینه ۴ درست است.

برای به‌دست آوردن درجه یونش داریم:

$$\text{درجه یونش} = \frac{\text{مول } \text{H}^+}{\text{مول اولیه HA}} = \frac{0.05}{0.75} \cong 0.067$$

برای تعیین K_a اسید باید غلظت مولار تعادلی گونه‌ها را در عبارت K_a قرار دهیم:

$$K_a = \frac{[\text{H}^+][\text{A}^-]}{[\text{HA}]} = \frac{\frac{0.05}{0.1} \times \frac{0.05}{0.1}}{\frac{0.7}{0.1}} = \frac{1}{28} \cong 0.036$$

(شیمی ۳ - صفحات ۱۹ و ۲۳)

۶۸. گزینه ۲ درست است.

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت اول درست است HCOOH ، ثابت یونش بزرگتری نسبت به دیگر اسیدها دارد، می‌توان نتیجه گرفت در شرایط یکسان با سرعت بیشتری با فلز Mg واکنش می‌دهد.

عبارت دوم درست است. اگر pH دو محلول برابر باشد می‌توان نتیجه گرفت که در دمای یکسان غلظت اسید قوی‌تر، کمتر است.

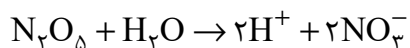
عبارت سوم نادرست است. اصطلاح یونش برای مواد مولکولی به کار می‌رود. NaOH یک ترکیب یونی است.

عبارت چهارم نادرست است. ثابت یونش HCN باید از ثابت یونش HBr هم کوچک‌تر باشد.

(شیمی ۳ - صفحات ۱۹ و ۲۳)

۶۹. گزینه ۴ درست است.

ابتدا pH محلول اولی را به دست می‌آوریم:



$$5/4 \times 10^{-3} \text{ g N}_2\text{O}_5 \times \frac{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5}{108 \text{ g N}_2\text{O}_5} \times \frac{2 \text{ mol H}^+}{1 \text{ mol N}_2\text{O}_5} = 10^{-4} \text{ mol H}^+$$

$$[\text{H}^+] = \frac{10^{-4} \text{ mol}}{2 \text{ L}} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{pH} = -\log 5 \times 10^{-5} = 4/3$$

برای آنکه pH محلول استیک اسید با pH این محلول برابر شود باید غلظت H^+ محلول استیک اسید هم $5 \times 10^{-5} \text{ mol.L}^{-1}$ شود.

$$[\text{H}^+] = 5 \times 10^{-5} = \text{M} \cdot \alpha \Rightarrow \text{M} = \frac{5 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-2}} = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$10^{-3} \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 2 \text{ L} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol CH}_3\text{COOH}$$

$$2 \times 10^{-3} \text{ mol CH}_3\text{COOH} \times \frac{60 \text{ g CH}_3\text{COOH}}{1 \text{ mol CH}_3\text{COOH}} = 0/12 \text{ g CH}_3\text{COOH}$$

(شیمی ۳ - صفحات ۲۷ و ۲۸)

۷۰. گزینه ۲ درست است.

ابتدا با استفاده از pH باز، مول KOH را تعیین می‌کنیم:

$$\text{pH} = 12/3 \Rightarrow [\text{OH}^-] = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow \text{KOH مول} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol}$$

$$2 \times 10^{-3} \text{ mol KOH} \times \frac{1 \text{ mol HNO}_3}{1 \text{ mol KOH}} \times \frac{63 \text{ g HNO}_3}{1 \text{ mol HNO}_3} \times \frac{100}{184} = 0/15 \text{ g HNO}_3$$

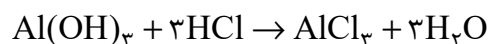
(شیمی ۳ - صفحات ۳۱ و ۳۲)

۷۱. گزینه ۳ درست است.

ابتدا مول اسید موجود در شیر معده را حساب می‌کنیم:

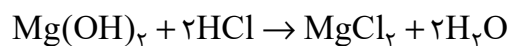
$$\text{pH} = 1/7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 2 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow 3/8 \times 10^{-4} \text{ mol HCl}$$

مول شیر معده خنثی شده توسط آلومینیوم هیدروکسید برابر است با:



$$78 \times 10^{-4} \text{ g Al(OH)}_3 \times \frac{1 \text{ mol Al(OH)}_3}{78 \text{ g Al(OH)}_3} \times \frac{3 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol Al(OH)}_3} = 3 \times 10^{-4} \text{ mol HCl}$$

مول HCl خنثی شده توسط منیزیم هیدروکسید برابر 8×10^{-5} است.



$$8 \times 10^{-5} \text{ mol HCl} \times \frac{1 \text{ mol Mg(OH)}_2}{2 \text{ mol HCl}} \times \frac{58 \text{ g Mg(OH)}_2}{1 \text{ mol Mg(OH)}_2} = 232 \times 10^{-5} \text{ g}$$

پس A برابر ۲/۳۲ میلی گرم است. (شیمی ۳ - صفحات ۳۱ و ۳۲)

۷۲. گزینه ۴ درست است.

همه عبارتهای داده شده نادرست هستند.

اتم روی، با تشکیل Zn^{2+} و آرایش $[\text{Ar}]3d^{10}$ به آرایش گاز نجیب نمی رسد.

روی، کاهنده و اکسیدکننده، اکسند است.

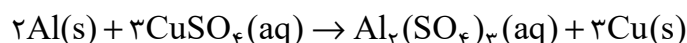
ضمن تشکیل هر مول ZnO ، ۲ مول الکترون مبادله می شود؛ با تشکیل 4050 میلی گرم از این ماده 0.1 مول الکترون مبادله می شود.

$$4050 \text{ g ZnO} \times \frac{1 \text{ mol ZnO}}{81 \text{ g ZnO}} \times \frac{2 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol ZnO}} = 0.1 \text{ mole}$$

در تبدیل Zn به Zn^{2+} الکترون های ۴s جدا می شوند که دارای مشخصات $n + l = 4$ هستند.

(شیمی ۳ - ص ۴۰)

۷۳. گزینه ۳ درست است.



با مصرف ۳ مول مس (II) سولفات، ۵۴ گرم از جرم تیغه آلومینیوم کاسته و ۱۹۲ گرم مس روی تیغه آلومینیوم ایجاد می شود. (جرم تیغه $138 = 192 - 54$ گرم افزایش می یابد.)

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow 0.2 = \frac{n}{0.5} \Rightarrow n = 0.1 \text{ mol CuSO}_4$$

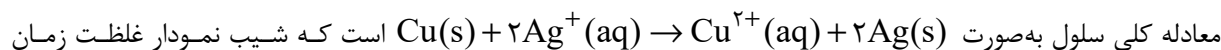
$$0.1 \text{ mol CuSO}_4 \times \frac{138 \text{ g جرم افزایش}}{3 \text{ mol CuSO}_4} = 4.6 \text{ g جرم افزایش}$$

بنابراین جرم نهایی تیغه برابر است با:

$$144 + 4.6 = 148.6 \text{ g}$$

(شیمی ۳ - صفحات ۴۲ و ۴۳)

۷۴. گزینه ۲ درست است.



معادله کلی سلول به صورت Cu^{2+} و Ag^+ در آن قرینه نیست زیرا ضرایب متفاوتی دارند.

• در سلول گالوانی داده شده، مس آند است و از جرم تیغه آن کم می شود.

• طبق رابطه آند $-E^\circ$ کاتد $emf = E^\circ$ ، در یک سلول گالوانی emf با کم کردن E° آند از E° کاتد به دست می آید.

• در دیواره متخلخل سلول های گالوانی آنیون ها به سمت آند و کاتیون ها به سمت کاتد حرکت می کنند.

(شیمی ۳ - صفحات ۴۴ تا ۴۶)

۷۵. گزینه ۳ درست است.

یون Au^{3+} در مقایسه با یون Mg^{2+} اکسند قوی تری است. (شیمی ۳ - صفحات ۴۷ و ۴۸)

۷۶. گزینه ۴ درست است.

emf یک سلول طبق رابطه آند $-E^\circ$ کاتد $emf = E^\circ$ به دست می آید؛ بر این اساس داریم:

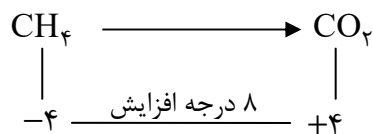
$$\frac{emf_1}{emf_2} = \frac{-0.76 - (-1.18)}{0.34 - (-1.66)} = \frac{0.42}{2} = 0.21$$

(شیمی ۳ - صفحات ۴۶ تا ۴۸)

۷۷. گزینه ۳ درست است.

برخی از باتری‌های لیتیومی قابل شارژ و برخی غیرقابل شارژ هستند.

- فلز لیتیوم کمترین چگالی را در بین فلزها دارد. (کمترین چگالی در بین عناصرها مربوط به H_2 است).
- فرمول مولکول استون C_3H_6O است. همه کربن‌ها را x در نظر بگیرید. $x + 6(+1) + (-2) = 0 \Rightarrow x = -4$
- در سوختن کامل متان، CH_4 به CO_2 تبدیل می‌شود:



(شیمی ۳ - صفحات ۴۹ و ۵۰)

۷۸. گزینه ۱ درست است.

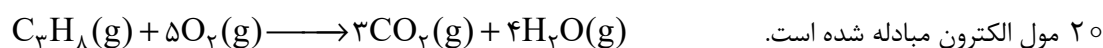
S^{2-} در واکنش‌ها فقط به‌عنوان عامل کاهنده عمل می‌کند؛ زیرا گوگرد در پایین‌ترین عدد اکسایش خود قرار دارد. در یون NO_3^- ، نیتروژن در بالاترین عدد اکسایش خود قرار دارد و فقط دارای نقش اکسندگی است. گزینه ۲ نادرست است. ClO_3^- هم دارای نقش اکسندگی است و هم کاهنده. (بالاترین عدد اکسایش کلر برابر ۷+ است که در این یون ۵+ است).

گزینه ۳ نادرست است. هم NO_3^- و هم ClO_4^- فقط اکسندگی هستند.

گزینه ۴ نادرست است. PO_4^{3-} فقط دارای نقش اکسندگی و Cl^- فقط کاهنده است. (شیمی ۳ - ص ۵۲)

۷۹. گزینه ۴ درست است.

معادله کلی سلول سوختی «پروپان - اکسیژن» به‌صورت زیر است:



$$5/5g C_3H_8 \times \frac{1 \text{ mol } C_3H_8}{44g C_3H_8} \times \frac{20 \text{ mole}^-}{1 \text{ mol } C_3H_8} \times \frac{6/02 \times 10^{23} e}{1 \text{ mole}} = 1/505 \times 10^{24} e^-$$

با در نظر گرفتن بازده واکنش، الکترون مبادله شده به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$80 = \frac{x}{1/505 \times 10^{24}} \times 100 \Rightarrow x = 1/204 \times 10^{24} e^-$$

(شیمی ۳ - صفحات ۵۱ تا ۵۳)

۸۰. گزینه ۳ درست است.

- معادله کلی واکنش به‌صورت $Zn + 2H^+ \longrightarrow Zn^{2+} + H_2$ است و مجموع ضرایب برابر پنج است.
 - در نیم سلول هیدروژن جرم تیغه فلزی (Pt) تغییر نمی‌کند.
 - در این سلول‌های گالوانی در مدار بیرونی الکترون‌ها از آند به کاتد جریان دارند.
 - در این سلول Zn کاهنده و H^+ اکسندگی است.
 - در این سلول غلظت Zn^{2+} افزایش و غلظت H^+ کاهش می‌یابد.
 - بنابراین عبارت‌های اول، سوم و پنجم درست هستند.
- (شیمی ۳ - صفحات ۴۳ تا ۴۶)



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان نقش آموزش کشور

بسمه تعالی



قابل توجه دانش آموزان پایه دهم، یازدهم و دوازدهم

فیلم‌های آموزشی ویژه جمع‌بندی تشریحی دروس اختصاصی نیمسال اول

گروه‌های آزمایشی علوم ریاضی و فنی و علوم تجربی

با اهدای سلام و آرزوی سلامتی برای دانش آموزان ساعی و کوشای سراسر کشور، به اطلاع می‌رساند شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور در راستای اجرای عدالت آموزشی و کمک به ارتقاء سطح علمی دانش‌آموزان **مجموعه فیلم‌های آموزشی ویژه جمع‌بندی تشریحی دروس اختصاصی نیمسال اول** در گروه‌های آزمایشی علوم ریاضی و فنی و علوم تجربی را در سایت آموزشی «**سنجشینه**» به صورت **رایگان** ارائه نموده است. لذا داوطلبان گروه‌های فوق می‌توانند با مراجعه به سایت **سنجشینه** به نشانی www.sanjeshine.com نسبت به مشاهده فیلم‌ها اقدام نمایند.

شرکت تعاونی خدمات آموزشی

کارکنان سازمان نقش آموزش کشور



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان بنیاد آموزش کشور

آموزش در مدار آزمون

سانجشینه

مجموعه فیلم‌های آموزشی
ویژه پایه‌های دهم، یازدهم، دوازدهم
و داوطلبان کنکور

ریاضی - تجربی

www.sanjeshine.com