



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.  
امام خمینی (ره)

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان  
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ۱۲ از ۱۴

# پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم - جامع نوبت دوم (۱۴۰۲/۰۲/۱۵)

## علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

[www.sanjeshserv.ir](http://www.sanjeshserv.ir)

### مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی [test@sanjeshserv.com](mailto:test@sanjeshserv.com) معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



کanal تلگرام آزمون‌های آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup

## ریاضیات

. ۱. گزینه ۲ درست است.

$$a_n \Rightarrow n_{\max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-51}{2(-6)} = 4/25$$

چون  $n \in N$ ، بنابراین بزرگترین جمله در  $n = 4$  یا  $n = 5$  اتفاق می‌افتد:

$$\left. \begin{array}{l} n=4 \rightarrow a_4 = -6(4)^2 + 51(4) + 17 = 125 \\ n=5 \rightarrow a_5 = -6(5)^2 + 51(5) + 17 = 122 \end{array} \right\} \rightarrow a_{\max} = 125 \quad (1)$$

از طرفی  $-1 \leq \sin\left(\frac{x}{2}\right) \leq 1$  – بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \sin\left(\frac{x}{2}\right) = -1 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 32 = \text{بیشترین مقدار} \\ \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 1 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2 = \text{کمترین مقدار} \end{array} \right\} \Rightarrow b_n = 2n + 32$$

↓  
دنباله خطی مورد نظر

$$b_{4_0} = 2(40) + 32 = 112 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 125 + 112 = 237$$

. ۲. گزینه ۲ درست است.

$$\rightarrow |5 - 2x| \leq 11 \rightarrow -11 \leq 5 - 2x \leq 11 \rightarrow -16 \leq -2x \leq 6$$

$$= (-3) + (-2) + \dots + 7 + 8 = 30$$

. ۳. گزینه ۴ درست است.

$$2x^2 - x + a - 1 = 0 \xrightarrow[\Delta \geq 0]{\text{شرط حداقل یک ریشه}} (-1)^2 - 4(2)(a-1) \geq 0 \rightarrow a \leq \frac{9}{8} \quad (1)$$

$$ax^2 + x + \frac{1}{4} = 0 \xrightarrow[\Delta \leq 0]{\text{شرط حداکثر یک ریشه}} 1^2 - 4(a)\left(\frac{1}{4}\right) \leq 0 \rightarrow a \geq 1 \quad (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} (1), (2) \Rightarrow 1 \leq a \leq \frac{9}{8} \\ (a \text{ حداقل}) c = 1 \\ (a \text{ حداکثر}) b = \frac{9}{8} \end{array} \right\} \Rightarrow 8x^2 - 9x + 1 = 0 \rightarrow x = 1, x = \frac{1}{8}$$

$= 1 \times 8 = 8$  حاصلضرب وارون ریشه‌ها

. ۴. گزینه ۳ درست است.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 3 \Rightarrow x_1 = 5, x_2 = -2 \\ 2x_1 - 3x_2 = 16 \end{array} \right.$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \rightarrow 5 \times (-2) = \frac{1-2m}{1} \Rightarrow m = \frac{11}{2}$$

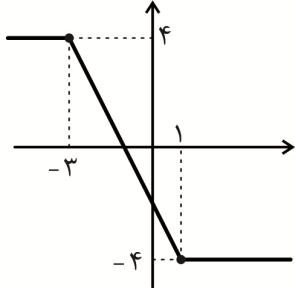
$$x_1^2 + x_2^2 + 3 \cdot m = 5^2 + (-2)^2 + 3 \cdot \left(\frac{11}{2}\right) = 282$$

۵. گزینه ۱ درست است.

$$f^{-1}(x) = \frac{-x}{2} - 1, D_{f^{-1}} = [-4, 4] = R_F$$

می‌دانیم:

از طرفی چون نمودار  $f^{-1}$  یک خط و نزولی اکید است:  $[-3, 1]$



بنابراین نمودار  $f(x)$  به صورت زیر است (نمودار آبشاری یا Z مانند):

$$\Rightarrow f(x) = |x - 1| - |x + 3|$$

$$m = -1 \quad n = 3$$

$$= 3n - 2m = 3(3) - 2(-1) = 11$$

۶. گزینه ۴ درست است.

$$f(1) = g(1) = 4 \Rightarrow 4 = 2 + 2^{b-a} \Rightarrow b-a = 1 \quad (1)$$

$$f^{-1}(10) = -1 \rightarrow f(-1) = 10 \rightarrow 10 = 2 + 2^{b+a} \rightarrow b+a = 3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a = 1, b = 2 \Rightarrow f(x) = 2 + 2^{2-x}$$

$$f(x) = 2 + 2^{2-x} \rightarrow x = 2 + 2^{2-y} \rightarrow x - 2 = 2^{2-y} \rightarrow \log_2^{(x-2)} = 2 - y$$

$$y = 2 - \log_2^{(x-2)} \rightarrow f^{-1}(x) = 2 - \log_2^{(x-2)} \Rightarrow x - 2 > 0 \rightarrow x > 2 \quad (3)$$

$$f^{-1}(x) + 2 \geq 0 \rightarrow 2 - \log_2^{(x-2)} + 2 \geq 0$$

$$\log_2^{(x-2)} \leq 4 \rightarrow x - 2 \leq 2^4 \rightarrow x \leq 18 \quad (4)$$

مجموعه جواب نامعادله دارای ۱۶ عدد طبیعی است.

۷. گزینه ۱ درست است.

$$\cos 2\beta = 1 - \sin^2 \beta = 1 - 2(\sin \beta)^2 = 0/28 \quad (1)$$

$$\sin \beta = 0/6 = \frac{3}{5} \xrightarrow{0 < \beta < 90^\circ} \tan \beta = \frac{3}{4}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta} \Rightarrow \frac{\frac{1}{3} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}} \Rightarrow \frac{\frac{13}{12}}{\frac{9}{12}} = \frac{13}{9} \Rightarrow 9x^2 - 24x + 48 = 0$$

$$\rightarrow 3(x - 4)^2 = 0 \rightarrow x = 4 \quad (2)$$

وتر مثلث بزرگ  $= 2\sqrt{5}$  و تر مثلث کوچک  $= 4\sqrt{5}$

$$\cos(\theta - \alpha) = \cos \theta \cdot \cos \alpha + \sin \theta \cdot \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{4\sqrt{5}} \times \frac{4}{2\sqrt{5}} + \frac{4}{4\sqrt{5}} \times \frac{2}{2\sqrt{5}} = 1 \quad (3)$$

$$(1), (2), (3) \Rightarrow x + \cos 2\beta + \cos(\theta - \alpha) = 4 + 0/28 + 1 = 5/28$$

۸. گزینه ۳ درست است.

اگر خارج قسمت تقسیم  $P(x)$  بر  $Q(x) = x^r - \lambda$  بنامیم آنگاه:

$$P(x) = (x^r - \lambda)Q(x) + x^r + x + r \rightarrow P(x) = \underbrace{(x^r - \lambda)(x^r + rx + r^2)}_{A(x)} Q(x) + x^r + x + r$$

$$P(x+3) = ((x+3)-2)A(x+3) + (x+3)^2 + (x+3) + 4$$

برای یافتن باقی مانده این عبارت بر  $x+1$  داریم:

$$x+1=0 \rightarrow x=-1 \rightarrow P(-1+3)=0 \times A(2)+(-1+3)^2+(-1+3)+4$$

حاصل برابر  $10$  است.

گزینه  $3$  درست است. ۹

تابع از مبدأ مختصات می‌گذرد  $\Rightarrow 0=a \times 0+c \rightarrow c=0 \rightarrow y=a \sin(b\pi x)$

$$T=\frac{1}{\frac{1}{|b\pi|}} \text{ تا مبدأ برابر } \frac{1}{4} \text{ دوره تناوب تابع است، بنابراین}$$

$$\frac{2\pi}{|b\pi|}=2 \rightarrow |b|=1$$

ماکریم تابع برابر  $\frac{1}{2}$  است در نتیجه  $|a|=\frac{1}{2}$  |تابع در همسایگی مبدأ مختصات نزولی است بنابراین  $a < 0$  است:

$$\begin{cases} a=\frac{1}{2}, b=-1 \rightarrow 6a-b+c=4 \\ a=\frac{-1}{2}, b=1 \rightarrow 6a-b+c=-4 \end{cases}$$

$$\text{حاصل ضرب } 2 \text{ مقدار ممکن} = 4(-4) = -16$$

گزینه  $3$  درست است. ۱۰

$$x \rightarrow 3^+: f(x) = \frac{3(x-3)}{\sqrt{2x+3}-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3(x-3)}{\sqrt{2x+3}-x} \times \frac{\sqrt{2x+3}+x}{\sqrt{2x+3}+x} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{3(x-3)(\sqrt{2x+3}+x)}{-(x-3)(x+1)} = -4/5 = R$$

$$x \rightarrow 3^-: f(x) = \frac{-3(x-3)}{\sqrt{2x+3}-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} -3 \frac{3(x-3)}{\sqrt{2x+3}-x} \times \frac{\sqrt{2x+3}+x}{\sqrt{2x+3}+x} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-3(x-3)(\sqrt{2x+3}+x)}{-(x-3)(x+1)} = 3 = L$$

در محاسبه حد دوم، چون  $\lim_{x \rightarrow 1}(x+2) = 3$  و حاصل نهایی حد  $+\infty$  شده است، پس مخرج کسر  $2(x-1)^2$  بوده است

تا مخرج کسر به  $0^+$  میل کند:

$$2(x-1)^2 = 2x^2 - 4x + 2 = 2x^2 + ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$L - 4R - a + b = 3 - 4(-4/5) - (-4) + 2 = 27$$

گزینه  $2$  درست است. ۱۱

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(\sqrt{x-1})(2\sqrt{x-1})}{a(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})} = \frac{1}{2a}$$

$$f(1) = 2b - 1$$

:  $\sqrt{x} > 1$  باشد آنگاه  $x < 0$  می‌دانیم اگر

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^3 - 1}{-(x - \sqrt{x})} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{-(x-\sqrt{x})} \times \frac{x+\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3(x-1)}{-x(x-1)} = -6$$

$$\frac{1}{2a} = -6 \Rightarrow 2b-1 \rightarrow a = \frac{-1}{12}, b = \frac{-5}{2}$$

این تابع در  $x=0$  مجانب قائم دارد و  $y=-24$  مجانب افقی آن است. (دقیق تر کنید تابع در  $x=1$  پیوسته است و مجانب قائم ندارد).

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3\sqrt{x} + 1}{-\frac{1}{12}(x-1)} \cong \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{-\frac{1}{12}x} = -24$$

بنابراین تابع فقط دو مجانب دارد. ( $n=2$ )

$$2\cos^3 x - 9\cos x - 5 = 0 \xrightarrow{\Delta=121} \cos x = \frac{9 \pm 11}{4}$$

۱۲. گزینه ۱ درست است.

$$2\cos^3 x - 9\cos x - 5 = 0 \xrightarrow{\Delta=121} \cos x = \frac{9 \pm 11}{4}$$

$$\begin{cases} \cos x = 5 \\ \cos x = \frac{-1}{2} \rightarrow \cos x = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases} \rightarrow x_1 = \frac{10\pi}{3}$$

$$x_1 = \frac{2\pi}{3}, x_2 = \frac{4\pi}{3}, x_3 = \frac{8\pi}{3}$$

معادله اول در بازه  $[0, 4\pi]$  دارای ۴ جواب است. ( $m=4$ )

$$\tan 4x = \frac{-1}{\tan 2x}; x \neq \frac{k\pi}{2} \Rightarrow \tan 4x = -\cot 2x \rightarrow \tan 4x = \tan(\frac{\pi}{2} + 2x)$$

$$\rightarrow 4x = k\pi + (\frac{\pi}{2} + 2x) \rightarrow 2x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{4}, x_2 = \frac{3\pi}{4}, x_3 = \frac{5\pi}{4}, x_4 = \frac{7\pi}{4}, x_5 = \frac{9\pi}{4}, x_6 = \frac{11\pi}{4}, x_7 = \frac{13\pi}{4}, x_8 = \frac{15\pi}{4}$$

باتوجه به دامنه تابع تائزانت  $2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$  و  $4x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$  از جوابها قابل قبول نیستند و  $n=0$  است.

$$m^r + n^r = 4^4 + 0^4 = 16$$

۱۳. گزینه ۴ درست است.

این تابع در  $x=-1$  مشتق ناپذیر است پس:

$$(-1)^r + a(-1) + b = 0 \rightarrow -a + b = -1$$

از طرفی مقدار  $x^r + ax + b$  در  $x=1$  نیز باید برابر صفر باشد.

$$(1)^r + a(1) + b = 0 \rightarrow a + b = -1$$

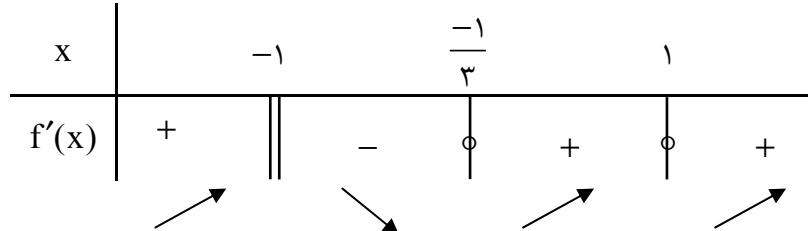
با حل دستگاه حاصل  $b = -1$ ,  $a = 0$  می‌شوند.

$$f(x) = (x-1)|x^{\frac{3}{2}} - 1| = \begin{cases} (x-1)(x^{\frac{3}{2}} - 1) = (x-1)^{\frac{1}{2}}(x+1) & x > 1 \text{ یا } x < -1 \\ -(x-1)(x^{\frac{3}{2}} - 1) = -(x-1)^{\frac{1}{2}}(x+1) & -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

از تابع مشتق می‌گیریم و جدول تعیین علامت مشتق را می‌یابیم.

$$f'(x) = \begin{cases} 2(x-1)(x+1) + (x-1)^{\frac{1}{2}} = 0 & x > 1 \text{ یا } x < -1 \\ -2(x-1)(x+1) - (x-1)^{\frac{1}{2}} = 0 & -1 < x < 1 \end{cases}$$

ریشه‌های مشتق ۱ و  $x = -\frac{1}{3}$  هستند.



تابع در بازه  $\left[-\frac{1}{3}, 1\right]$  اکیداً صعودی است.

۱۴. گزینه ۳ درست است.

$$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 & \checkmark \\ x = -2 & \times \quad (\text{در بازه نیست}) \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 1 \rightarrow y = k - 11 \\ x = 2 \rightarrow y = k - 16 = \min \\ x = 3 \rightarrow y = k - 9 = \max \end{array} \right\} \Rightarrow k - 9 = 2(k - 16) \rightarrow \boxed{k = 23}$$

$$f(x) = x^3 - 12x + 23$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

$$f''(x) = 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 23 \end{cases} \Rightarrow I(0, 23) \xrightarrow[\text{نقطه عطف}]{\text{فاصله تا مبدأ مختصات}} OI = 23$$

۱۵. گزینه ۴ درست است.

$$h'(x) = (8x - 4)f(\sqrt[3]{x}) + (3x^2 - 2x + 4) \times f'(\sqrt[3]{x}) \times \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

$$h'(1) = 4f(3) + 5f'(3) \times \frac{1}{3}$$

$$h'(1) = 4\left(\frac{4}{\lambda}\right) + 5\left(\frac{4}{\lambda}\right) \times \frac{1}{3} = 14$$

$$h(1) = 5 \times f(3) = 5 \times \frac{4}{\lambda} = \frac{20}{\lambda}$$

$$h(1) \times h'(1) = \lambda \times \frac{20}{\lambda} \times 14 = 490$$

عبارت موردنظر سؤال

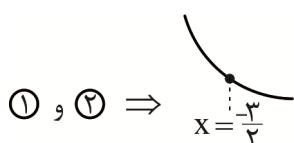
۱۶. گزینه ۳ درست است.

$$f'(x) = 2x - \pi \sin \pi x \rightarrow f'\left(\frac{-3}{2}\right) = -3 - \pi < 0$$

(۱)  $f$  در همسایگی  $x = \frac{-3}{2}$  نزولی است.

$$f''(x) = 2 - \pi^2 \cdot \cos \pi x \rightarrow f''\left(\frac{-3}{2}\right) = 2 > 0$$

(۲) جهت تعریف  $f$  در همسایگی  $x = \frac{-3}{2}$  رو به بالاست.



۱۷. گزینه ۲ درست است.

$$\text{نقطه } N, M \text{ وسط دو ساق هستند} \Rightarrow EF = \frac{9-5}{2} = 2$$

$$EF \parallel CD \Rightarrow \frac{S_{OEF}}{S_{OCD}} = \left(\frac{EF}{CD}\right)^2 = \left(\frac{2}{9}\right)^2 = \frac{4}{81} \Rightarrow \frac{\text{ذوزنقه}}{S_{OCD}} = 1 - \frac{4}{81} = \frac{77}{81}$$

$$\Rightarrow S = \frac{77}{81} S_{OCD}$$

$$\text{مثلثهای OCD, OAB متشابه‌اند} \Rightarrow \frac{S_{OAB}}{S_{OCD}} = \left(\frac{5}{9}\right)^2 = \frac{25}{81} \Rightarrow S_{OAB} = \frac{25}{81} S_{OCS}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{OAB}}{S_{\text{ذوزنقه}}} = \frac{\frac{25}{81} S_{OCD}}{\frac{77}{81} S_{OCD}} = \frac{25}{77}$$

۱۸. گزینه ۱ درست است.

حجم دو هرم به ارتفاع ۳ و شعاع قاعده  $3\sqrt{3}$  و یک استوانه به ارتفاع ۶ و شعاع قاعده  $3\sqrt{3}$  را از حجم کره‌ای با شعاع ۶

تفريق می‌کنيم:

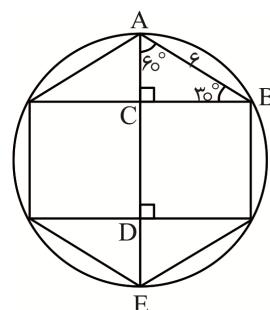
$$AC = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

$$BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$$

$$AE = 12 = CD + 2AC \rightarrow CD = 6$$

$$\text{حجم مورد نظر} = \frac{4}{3}\pi(6)^3 - (2 \times \frac{1}{3} \times \pi(3\sqrt{3})^2 \times 3 + \pi(3\sqrt{3})^2 \times 6)$$

$$\text{با فرض } \pi = 3 \rightarrow 864 - (162 + 486) = 216$$



۱۹. گزینه ۳ درست است.

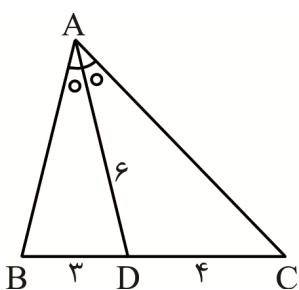
اگر **b** تعداد نقاط مرزی و **i** تعداد نقاط درونی این چند ضلعی باشد آنگاه:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{b+i}{2} \Rightarrow i - 1 = \frac{i}{2} \Rightarrow i = 2$$

کمترین مساحت ممکن هنگامی رخ می‌دهد که تعداد نقاط مرزی کمترین تعداد ممکن یعنی  $b = 3$  باشد. بنابراین:

$$S = \frac{3}{2} + 2 - 1 = 2/5$$

۲۰. گزینه ۴ درست است.



$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

$$36 = AB \times AC - 3 \times 4$$

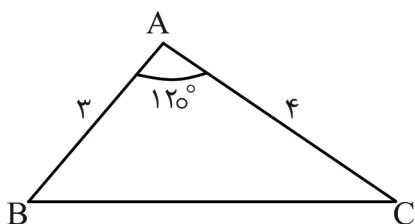
$$\boxed{AB \times AC = 48} \quad (1)$$

$$\text{نیمساز } AD \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BC}{DC} \rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow AB = 6, AC = 8$$

$$\triangle ABC \text{ محیط} = 6 + 7 + 8 = 21$$

۲۱. گزینه ۳ درست است.



قضیه کسینوس‌ها:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

$$BC^2 = 9 + 16 - 2 \times 3 \times 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$BC^2 = 37 \rightarrow BC = \sqrt{37}$$

قضیه سینوس‌ها:

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{\sqrt{37}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \rightarrow R = \sqrt{\frac{37}{3}}$$

شعاع دایره محیطی مثلث  $\triangle ABC$

$$S = \pi R^2 = 3 \times \left(\sqrt{\frac{37}{3}}\right)^2 = 37$$

۲۲. گزینه ۲ درست است.

$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{5} \Rightarrow EF \parallel BC \Rightarrow$  مثلث‌های  $AEC$  و  $AEF$  متشابه‌اند

$$\Rightarrow k = \frac{1}{5} \Rightarrow S_{AEF} = \frac{1}{25} S_{ABC} \Rightarrow \frac{24}{25} S_{ABC}$$

برای محاسبه مساحت مثلث  $ABC$  از رابطه هرون به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$2p = 13 + 14 + 15 = 42 \Rightarrow p = 21 \Rightarrow S = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = 84$$

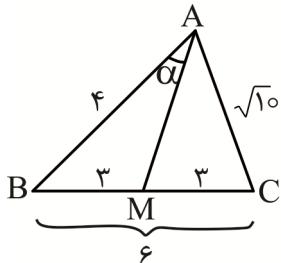
$$\Rightarrow \frac{24}{25} \times 84 = 80/64$$

۲۲. گزینه ۴ درست است.

اگر مساحت مثلث  $ABC$  را با  $S$ ، محیط مثلث را با  $2p$ ، مساحت دایره محاطی داخلی مثلث را با  $S_1$  و مساحت دایره محاطی خارجی نظیر کوچکترین ضلع را با  $S_2$  نشان دهیم آنگاه خواهیم داشت:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\pi r^2}{\pi r_a^2} = \left(\frac{r}{r_a}\right)^2 \quad r = \frac{S}{p} \quad r_a = \frac{S}{p-a} \quad \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{p-a}{p}\right)^2$$

$$2p = 8 + 15 + 17 = 40 \Rightarrow p = 20 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{20-8}{20}\right)^2 = \left(\frac{12}{20}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} = 0.36$$



۲۳. گزینه ۴ درست است.

با توجه به قضیه میانه‌ها خواهیم داشت:

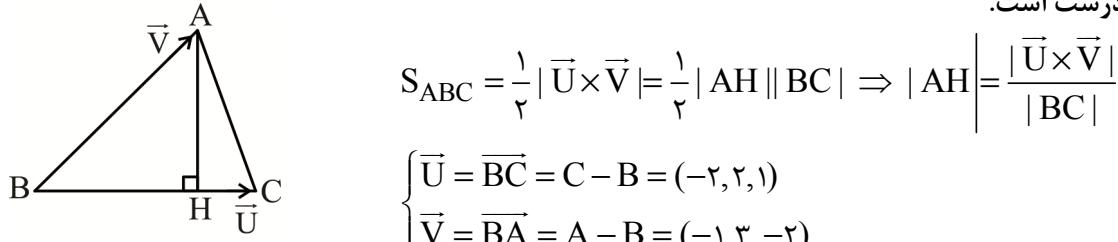
$$b^2 + c^2 = 2AM^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 16 + 9 = 2AM^2 + \frac{36}{2} \\ \Rightarrow 2AM^2 = 26 - 18 = 8 \Rightarrow AM^2 = 4 \Rightarrow AM = 2$$

اینک با توجه به قضیه کسینوس‌ها در مثلث  $ABM$  داریم:

$$BM^2 = AB^2 + AM^2 - 2AB \times AM \times \cos \alpha \Rightarrow 9 = 16 + 4 - 2 \times 4 \times 2 \times \cos \alpha$$

$$\Rightarrow 16 \cos \alpha = 20 - 9 = 11 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{11}{16}$$

۲۴. گزینه ۲ درست است.



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |\vec{U} \times \vec{V}| = \frac{1}{2} |AH \parallel BC| \Rightarrow |AH| = \frac{|\vec{U} \times \vec{V}|}{|BC|}$$

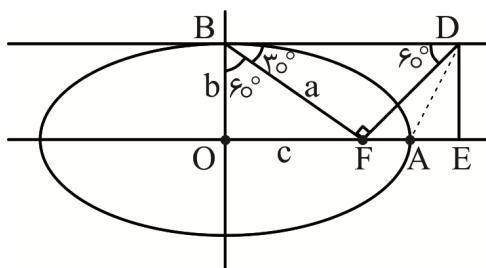
$$\begin{cases} \vec{U} = \vec{BC} = C - B = (-2, 2, 1) \\ \vec{V} = \vec{BA} = A - B = (-1, 3, -2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{U} \times \vec{V} = (-7, -5, -4) \Rightarrow |\vec{U} \times \vec{V}| = \sqrt{49 + 25 + 16} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

$$|\vec{BC}| = \sqrt{4 + 4 + 1} = 3 \Rightarrow |AH| = \frac{3\sqrt{10}}{3} = \sqrt{10}$$

۲۵. گزینه ۱ درست است.

با توجه به شکل خواهیم داشت:



$$\begin{aligned} \Delta OBF : \sin 60^\circ &= \frac{c}{a} & \Delta BDF : \sin 60^\circ &= \frac{a}{BD} \\ \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{a}{BD} &\Rightarrow BD = \frac{a^2}{c} \Rightarrow OE = \frac{a^2}{c} \\ \left\{ \begin{array}{l} AF = a - c \\ AE = \frac{a^2}{c} - a = \frac{a^2 - ac}{c} = \frac{a}{c}(a - c) \end{array} \right. &\Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{a - c}{\frac{a}{c}(a - c)} = \frac{c}{a} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

۲۷. گزینه ۳ درست است.

چون شعاع دایره در نقطه تماس، بر خط مماس عمود است بنابراین:

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5 \rightarrow O(1,1) \Rightarrow m_{OA} = \frac{3-1}{2-1} = 2$$

$$\Rightarrow m = -\frac{1}{2} \Rightarrow y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow [x + 2y - 8 = 0] \quad A(2,3)$$

با تبدیل معادله سهمی به حالت استاندارد، مختصات کانون آن را بدست می‌آوریم:

$$y^2 - 2y + x + 9 = 0$$

$$(y-1)^2 = x + 1 \rightarrow -4a = -8 \rightarrow [a = 2]$$

$$S(-1,1) \rightarrow F(-3,1)$$

$$F = \frac{|-3 + 2(1) - 8|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{9}{\sqrt{5}} \xrightarrow{\text{مجزور فاصله}} \frac{81}{5} = 16/2$$

۲۸. گزینه ۴ درست است.

با فرض  $K = |A^{-1} - B^{-1}|$  از سمت چپ دو طرف معادله را در  $|A|$  ضرب می‌کنیم:

$$|A(A^{-1} - B^{-1})| = |A| \cdot K \rightarrow |I - A \cdot B^{-1}| = -K$$

اکنون دو طرف معادله اخیر را در  $|B|$  از راست ضرب می‌کنیم:

$$|(I - A \cdot B^{-1})B| = -K \cdot |B|$$

$$|B - A| = -4K \quad (1)$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \rightarrow B - A = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -5 & -6 \end{bmatrix} \rightarrow |B - A| = 28 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 28 = -4K \rightarrow [K = -7]$$

۲۹. گزینه ۳ درست است.

$$|A| = 28 \quad |A|^4 - 6|A| \rightarrow 28|A|^4 - |A| = 0$$

$$7|A|(|A|^4 - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} |A| = 0 & \text{غیر قابل} \\ |A|^4 = 1 & \end{cases} \quad (\text{ماتریس } A \text{ وارون پذیر است})$$

$$|2A^{-1}|^4 = 2^4 \times |A^{-1}|^4 = 4 \times \left(\frac{1}{|A|}\right)^4 = 4 \times \left(\frac{1}{28}\right)^4 = 4(4)^4 = 64$$

ماتریس  $2 \times 2$

۳۰. گزینه ۴ درست است.

می‌دانیم  $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ ، بنابراین:

$$\begin{aligned} [p \wedge (q \vee \sim p)] \Rightarrow q &\equiv [(p \wedge q) \vee \underbrace{(p \wedge \sim p)}_F] \Rightarrow q \equiv (p \wedge q) \Rightarrow q \\ &\equiv (\sim (p \wedge q)) \vee q \equiv (\sim p \vee \sim q) \vee q \equiv \sim p \vee \underbrace{(\sim q \vee q)}_T \equiv T \end{aligned}$$

۳۱. گزینه ۱ درست است.

$$\begin{aligned} P(B' | A') &= \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(A)} \\ P(A \cup B) &= P(A) + \underbrace{P(B) - P(A \cap B)}_{P(B-A)} = 0/18 + 0/4 = 0/22 \\ &\text{فقط } B \\ \Rightarrow P(B' | A') &= \frac{1 - 0/22}{1 - 0/18} = \frac{0/78}{0/82} = \frac{39}{41} \end{aligned}$$

۳۲. گزینه ۱ درست است.

احتمال آنکه مهره اول، عددی زوج باشد  $\frac{3}{5}$  و احتمال آنکه این مهره، عددی فرد باشد  $\frac{2}{5}$  است.

اگر مهره اول زوج باشد باید یک مهره دیگر برداریم. برای آن که حاصل جمع این دو مهره، عددی زوج شود باید مهره دوم نیز،

$$\text{عددی زوج باشد که احتمال آن برابر است با: } \frac{\binom{1}{1}}{\binom{4}{1}} = \frac{1}{4}$$

اگر مهره اول فرد باشد باید دو مهره دیگر برداریم. برای آن که حاصل جمع این سه مهره، عددی زوج شود باید حاصل جمع دو

$$\text{مهره بعدی، عددی فرد باشد یعنی باید یکی زوج و یکی فرد باشد که احتمال آن برابر است با: } \frac{\binom{2}{1} \binom{2}{1}}{\binom{4}{2}} = \frac{4}{6}$$

بنابراین احتمال مطلوب برابر است با:

$$(\frac{2}{5} \times \frac{1}{4}) + (\frac{3}{5} \times \frac{4}{6}) = \frac{1}{10} + \frac{2}{5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

۳۳. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{aligned} \sigma &= 12 \times \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 12, \quad \bar{x} = \sum \frac{(f_i \times x_i)}{N} \\ 12 &= \frac{(4 \times 10) + (x \times 11) + (5 \times 12) + (10 \times 13) + (3 \times 14)}{4 + x + 5 + 10 + 3} \Rightarrow x = 8 \end{aligned}$$

چون تعداد کل داده‌ها برابر  $30$  است، بنابراین:

$$Q_r = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = \frac{12 + 12}{2} = 12$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = x_8 = 11 \\ Q_3 = x_{13} = 13 \end{array} \right\} \Rightarrow IQR = |Q_3 - Q_1| = 2$$

$$\frac{Q_3}{IQR} = \frac{13}{2} = 6$$

۳۴. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} 7|5a + 2b + 3 \\ 7|3a - 10b + 4k \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 7|25a + 10b + 15 \\ 7|3a - 10b + 4k \end{array} \right. \\ &\Rightarrow 7|28a + 15 + 4k \Rightarrow 7|4k + 15 \Rightarrow 4k + 15 \equiv 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 4k \equiv -15 \equiv -8 \Rightarrow k \equiv -2 \equiv 5 \Rightarrow k = 7q + 5$$

کوچکترین عدد طبیعی مانند  $k$  برابر ۵ است.

$$35275 \equiv x \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 35275 \equiv 5 + 7 + 2 + 5 + 3 \equiv 22 \equiv 4 + 27 \equiv 31 \\ 35275 \equiv 5 - 7 + 2 - 5 + 3 \equiv -2 \equiv 9 + 22 \equiv 31 \end{array} \right. \Rightarrow 35275 \equiv 31$$

۳۵. گزینه ۳ درست است.

$$10! \equiv 0 \quad 10! \equiv 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \equiv (2 \times 6) \times (3 \times 4) \times (5 \times 9) \times (7 \times 8) \times 10$$

$$\equiv 12 \times 12 \times 45 \times 56 \times 10 \equiv 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 10 \equiv 10$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 10! \equiv 21 \\ 10! \equiv 10 \end{array} \right. \Rightarrow 10! \equiv 21 \Rightarrow \overline{ab} = 21 \Rightarrow \overline{ba} = 12$$

$$12 \equiv 0 \Rightarrow 12^{12} \equiv 2^4 \equiv 16 \equiv 6$$

۳۶. گزینه ۳ درست است.

با توجه به فرض سؤال گراف  $G$  الزاماً ۳- منظم است بنابراین:

$$\sum \deg v_i = 2q \rightarrow p \times 3 = 2q \quad (1)$$

$$: q(\bar{G}) = 6q(G)$$

$$q(\bar{G}) + q(G) = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$6q(G) + q(G) = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$7q = \frac{p(p-1)}{2} \xrightarrow{(1)} \text{طبق} \rightarrow 7\left(\frac{p}{2}\right) = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$21 = p - 1 \rightarrow p = 22 \rightarrow \boxed{q = 33}$$

$$\downarrow \\ q(\bar{G}) = 198$$

تعداد یال‌های لازم برای تبدیل  $G$  به گراف کامل

۳۷. گزینه ۲ درست است.

گراف کامل مرتبه ۱۰ دارای  $\frac{p(p-1)}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$  یال است. گراف G نسبت به گراف  $K_{10}$  فقط ۳ یال کمتر دارد.

این ۳ یال را باید طوری حذف کنیم که  $\Delta = 8$  و  $\delta = 6$  ایجاد شود. برای این منظور باید ۳ یال را بدون رأس مشترک از  $K_{10}$  حذف کرد. به این ترتیب ۶ رأس با درجه ۸ خواهیم داشت و ۴ رأس با ۶ باقی می‌ماند که هر یک از این ۴ رأس به تنها یکی می‌تواند مجموعه احاطه‌گر مینیمم باشد.

۳۸. گزینه ۴ درست است.

$$245 = 5 \times 7^2$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5 \xrightarrow{x_1=1} x_2 + x_3 = 4 \Rightarrow \binom{4-1}{2-1} = 3$$

$$y_1 + y_2 + \sqrt[3]{y_3} = 7 \Rightarrow y_1 + y_2 + y' = 7 \Rightarrow \binom{7-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$$

معادله شامل  $x_i$  دارای ۳ جواب و معادله شامل  $y_i$  دارای ۱۵ جواب و در نهایت معادله اصلی دارای  $3 \times 15 = 45$  جواب طبیعی است.

۳۹. گزینه ۱ درست است.

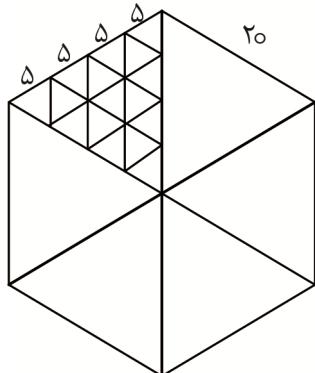
مربع لاتین A به صورت زیر است و مجموع درایه‌های قطر فرعی آن  $2+2+2+2=8$  است.

۳	۱	۴	۲
۴	۳	۲	۱
۱	۲	۳	۴
۲	۴	۱	۳

چون دو مربع لاتین A و B متعامند و درایه‌های روی قطر اصلی مربع لاتین A همگی یکسان و برابر ۳ است، الزاماً درایه‌های قطر اصلی مربع لاتین B باید ۴ عدد متمایز ۱، ۲، ۳ و ۴ باشند که مجموع آنها  $1+2+3+4=10$  است:

مجموع مورد نظر سؤال  $= 10+8=18$

۴۰. گزینه ۲ درست است.



ابتدا قطرهای بزرگ شش ضلعی منظم را رسم می‌کنیم تا ۶ مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۲۰ ایجاد شود. سپس هر ضلع این مثلثهای متساوی الاضلاع را به ۴ قسمت تقسیم کرده و مطابق شکل به هم وصل می‌کنیم. تعداد کل مثلثهای متساوی الاضلاع به ضلع ۵ برابر است:  $96 = 6 \times 4^2$  بنابراین براساس اصل لانه کبوتر حداقل تعداد نقطه‌ها برابر است:  $97 = 96 + 1$

### فیزیک

۴۱. گزینه ۱ درست است.

$$x = vt + x_0$$

$$x_A = 2t - 10$$

$$\underline{x_B = -3t + 30}$$

$$x_B - x_A = 15 \Rightarrow -5t + 40 = 15 \Rightarrow t = 5s$$

یا

$$x_A - x_B = 15 \Rightarrow \Delta t_f - 40 = 15 \Rightarrow t_f = 11s$$

$$\Delta t = t_f - t_i = 6s$$

۴۲. گزینه ۲ درست است.

$$V_f = V_{t=4} = \frac{-12 - (-44)}{4} = 8 \frac{m}{s}$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0} = \frac{V_f + V_0}{2}$$

$$\frac{-12 - 20}{4} = \frac{8 + V_0}{2} \Rightarrow V_0 = -24 \frac{m}{s}$$

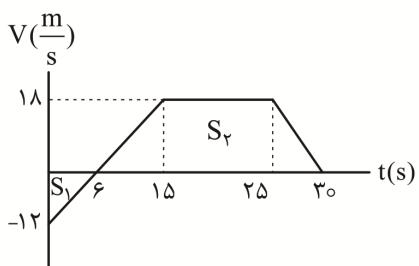
$$a = a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_f - V_0}{t_f - t_0} = \frac{8 - (-24)}{4} = 8 \frac{m}{s^2}$$

$V = at + V_0$  در لحظه تغییر جهت  $V = 0$  است.

$$0 = 8t - 24 \Rightarrow t = 3s$$

۴۳. گزینه ۴ درست است.

از لحظه  $t = 0$  تا  $t = 15s$  شیب ثابت است:



$$\frac{0 - (-12)}{6 - 0} = \frac{V_{15} - 0}{15 - 6} \Rightarrow 2 = \frac{V_{15}}{9} \Rightarrow V_{15} = 18 \frac{m}{s}$$

$$L = |S_1| + |S_2| = L = |S_1| + |S_2| = \left| \frac{-12 \times 6}{2} \right| + (10 + 24) \times \frac{18}{2} = 36 + 306$$

$$L = 342m$$

در دو بازه زمانی ۰ تا ۶ ثانیه و ۲۵ تا ۳۰ ثانیه، حرکت کندشونده است:

$$L_1 = |S_1| + \frac{18 \times 5}{2} = 36 + 45 = 81m$$

$$\frac{L}{L_1} = \frac{342}{81} = \frac{38}{9}$$

۴۴. گزینه ۳ درست است.

جهت رو به پایین را مثبت در نظر می‌گیریم

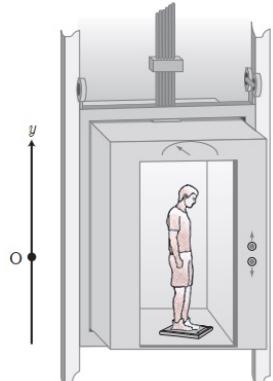
$$\begin{array}{c}
 \left. \begin{array}{c} O \\ y, T-1 \\ 30m, 1s \end{array} \right\} h, T \\
 \downarrow (+) \quad \begin{array}{l} h = \frac{1}{2} g T^2 = \Delta T^2 \\ y = \frac{1}{2} g (T-1)^2 = \Delta (T-1)^2 \\ h - y = \Delta T^2 - \Delta (T-1)^2 \\ 30 = \Delta T^2 - \Delta (T-1)^2 \end{array}
 \end{array}$$

$$6 = T^r - (T^r - 2T + 1) = 2T - 1 \Rightarrow 7 = 2T$$

$$T = 3.5s$$

$$h = 5T^r = 5(3.5)^r = 5 \times 12 / 25 = 61.25m$$

۴۵. گزینه ۴ درست است.



$$\begin{aligned} F_N - mg &= ma \\ (+) \uparrow & \\ 600 - 750 &= 75a \Rightarrow a = -\frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

يعنى شتاب، باید  $\frac{m}{s^2}$  و رو به پایین باشد. جهت شتاب در صورتی رو به پایین است

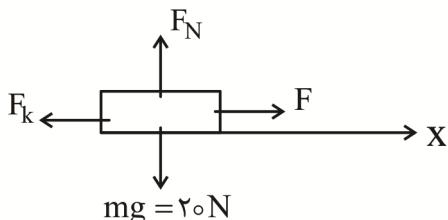
که یا حرکت تندشونده رو به پایین باشد یا حرکت کند شونده رو به بالا

۴۶. گزینه ۱ درست است.

$$R = \sqrt{f_k^r + F_N^r} = \text{نیروی سطح}$$

$$F_N = mg = 20N$$

$$25 = \sqrt{f_k^r + 20^2} \Rightarrow f_k = 15N$$



در مدت ۰ تا ۲s

$$F - f_k = ma_1 \Rightarrow 18 - 15 = 2a_1 \Rightarrow a_1 = 1.5 \frac{m}{s^2}$$

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} a_1 t^2 + 0 = \frac{1}{2} (1.5) (2)^2 = 3m$$

$$V_1 = a_1 t + 0 = 1.5 \times 2 = 3 \frac{m}{s}$$

با حذف F

$$-f_k = ma_2 \Rightarrow -15 = 2a_2 \Rightarrow a_2 = -7.5 \frac{m}{s^2}$$

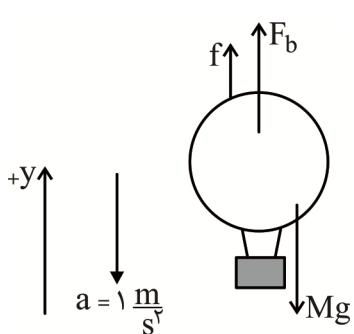
$$\Delta x_2 = \frac{V_2 - V_1}{2a_2} = \frac{0 - 3}{2(-7.5)} = \frac{9}{15} = 0.6m$$

$$\Delta x_1 + \Delta x_2 = 3.6m$$

۴۷. گزینه ۳ درست است.

$F_b$  = نیروی شناوری که همواره بالا سو است.

$f$  = نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت حرکت

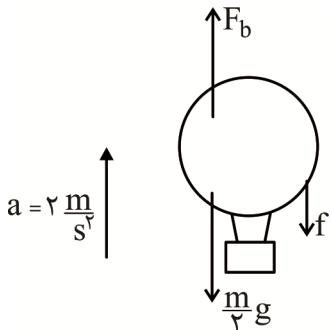


توجه کنید نیروی شناوری در دو حالت برابر با وزن هوا اشغال شده توسط بالن است و مقدار ثابتی دارد.

$$F_b + f - Mg = Ma, \quad a = -\frac{m}{s^2}$$

$$F_b + f = M \quad (1)$$

در حالت دوم جرم مجموعه  $\frac{M}{2}$  است.



$$F_b - f - \frac{M}{2}g = \frac{M}{2}a$$

$$F_b - f = \frac{M}{2}(10 + 2)$$

$$F_b - f = 6M \quad (2)$$

$$\begin{cases} F_b + f = M \\ F_b - f = 6M \end{cases} \Rightarrow 2F_b = 10M \rightarrow F_b = 5M$$

$$, f = 1/5M \Rightarrow \frac{f}{F_b} = \frac{1/5}{5/5} = \frac{1}{5}$$

۴۸. گزینه ۳ درست است.

$$\begin{cases} F = \frac{GM_e \cdot m_s}{r^2} \\ F = ma_c = m_s \times \frac{4\pi^2 r}{T^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{GM_e \cdot m_s}{r^2} = m_s \times \frac{4\pi^2}{T^2} r \quad \text{جرم ماهواره } m_s = m_s$$

$$\frac{4 \times 10^{14}}{(4 \times 10^7)^2} = \frac{4 \times (\sqrt{10})^2}{T^2} \times 4 \times 10^7 \Rightarrow T^2 = 64 \times 10^4$$

$$T = 8 \times 10^2 \text{ s}$$

۴۹. گزینه ۲ درست است.

$$x = A \cos \omega t$$

$$-10 = 30 \cos(\omega \times 0/2) \Rightarrow \frac{-1}{2} = \cos(0/2\omega) \rightarrow \cos \frac{4\pi}{3} = \cos 0/2\omega$$

با توجه به شکل:

$$0/2\omega = \frac{4\pi}{3} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{3} \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

$$V_{\max} = A\omega = 0/3 \times \frac{2\pi}{3} = 2\pi \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

۵۰. گزینه ۳ درست است.

$$E = K_{\max}$$

$$2\pi^2 m f^2 A^2 = 0/2 \times 10^{-3} \rightarrow 2 \times 10 \times 25 \times 10^{-3} \times f^2 \times 4 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-4} \rightarrow f = 1 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = 1 \text{ s} \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 1 \Rightarrow \frac{4\pi^2 L}{g} = 1 \Rightarrow \frac{4 \times 10}{10} = 1$$

$$L = \frac{1}{4} \text{ m} \rightarrow L = 25 \text{ cm}$$

۵۱. گزینه ۱ درست است.

تندی انتشار امواج مکانیکی علاوه بر مشخصات فیزیکی محیط کشسان انتشار موج، به نوع موج ایجاد شده در محیط کشسان نیز بستگی دارد. تندی موج طولی در یک محیط بیش از تندی موج عرضی ایجاد شده در آن محیط بوده و مستقل از مشخصات فیزیکی چشمۀ ارتعاشی از جمله دامنه و بسامد ارتعاشی چشمۀ است.

۵۲. گزینه ۴ درست است.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \Delta \gamma = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \Delta \gamma = \log \frac{I}{I_0}$$

$$6 - 10^6 = \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \log 10^6 - \log 2 = \log \frac{I}{I_0}$$

$$\log\left(\frac{10^6}{2}\right) = \log \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow \frac{10^6}{2} = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = \frac{1}{2} \times 10^{-6} \frac{W}{m^2}$$

$$I = \frac{P}{\pi r^2} \Rightarrow P = 4\pi r^2 \times I = 4 \times 3 \times 5 \times \frac{1}{2} \times 10^{-6}$$

$$P = 15 \times 10^{-3} W = 15 mW$$

۵۳. گزینه ۳ درست است.

$$n = \text{شماره هماهنگ} = \text{تعداد شکمها} = 5 - 1 = 4$$

$$f_n = \frac{nv}{2L}$$

$$600 = \frac{4V}{2 \times 1/2} \rightarrow V = 360 \frac{m}{s}$$

۵۴. گزینه ۱ درست است.

$$V_1 = \lambda_1 f_1 = 1/4 \times 22 = \lambda / \lambda \frac{m}{s}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 53^\circ} \rightarrow \frac{V_2}{\lambda / \lambda} = \frac{1/2}{1/3} \rightarrow V_2 = 1.5 \frac{m}{s}$$

۵۵. گزینه ۲ درست است.

$$k_{max} = hf - w_0 = \frac{hc}{\lambda} - w_0 = \frac{(4 \times 10^{-15})(3 \times 10^8)}{160 \times 10^{-9}} - 3/2 = 7/5 - 3/2$$

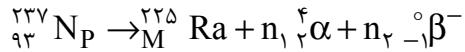
$$k_{max} = 4/3 ev$$

۵۶. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n'} - \frac{1}{n''} \right)$$

$$\frac{\lambda_{min,Br}}{\lambda_{max,uv}} = \frac{\frac{1}{\lambda_{max,uv}}}{\frac{1}{\lambda_{min,Br}}} = \frac{R \left( \frac{1}{n'} - \frac{1}{n''} \right)}{R \left( \frac{1}{n'} - \frac{1}{\infty} \right)} = \frac{180}{49}$$

۵۷. گزینه ۱ درست است.



$$237 = 228 + 4n_1 + 0 \rightarrow n_1 = 3$$

$$93 = 88 + 2n_1 - n_2 \rightarrow 93 = 88 + 2(3) - n_2 \rightarrow n_2 = 1$$

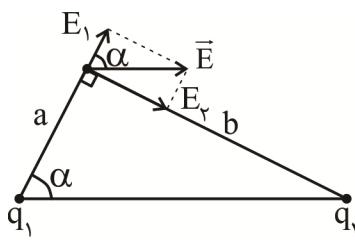
۵۸. گزینه ۲ درست است.

$$N = \frac{N_1}{\frac{t}{T}} \Rightarrow \frac{N_1}{\frac{12}{TA}} = \frac{N_2}{\frac{20}{TB}} \Rightarrow \frac{12}{TA} = \frac{20}{TB}$$

$$T_B = \frac{\Delta}{\gamma} T_A$$

$$T_B - T_A = 1/6 \Rightarrow \frac{\Delta}{\gamma} T_A - T_A = 1/6 \rightarrow T_A = 2/4h$$

۵۹. گزینه ۴ درست است.



$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{k |q_1|}{a^\gamma} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \times \left( \frac{a}{b} \right)^\gamma \\ E_2 &= \frac{k |q_2|}{b^\gamma} \\ \tan \alpha &= \frac{E_2}{E_1} = \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} = \left| \frac{q_2}{q_1} \right| \times \left( \frac{a}{b} \right)^\gamma \end{aligned}$$

$$\left| \frac{q_2}{q_1} \right| = \left( \frac{b}{a} \right)^\gamma \Rightarrow q_1 > 0, q_2 < 0 \quad \text{با توجه به شکل باید:}$$

$$\frac{q_2}{q_1} = -\left(\frac{\gamma}{\gamma}\right)^\gamma = -\lambda$$

۶۰. گزینه ۲ درست است.

$$U_B - U_A = -|q| Ed \cos \theta = -2 \times 10^{-9} \times 10^6 \times 0 / 12 \times \cos 0^\circ = -0 / 24J$$

$$U_C - U_B = -|q| Ed \cos 90^\circ = 0$$

$$U_C - U_A = -0 / 24J$$

۶۱. گزینه ۱ درست است.

به محض باز شدن کلید، بار الکتریکی در خازن در تمامی تغییرات بعدی ثابت می‌ماند.

$$U = \frac{Q}{\gamma C} \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{K_1}{K_2} \times \frac{d_2}{d_1} = \frac{2}{1} \times \frac{\frac{3}{4}d_1}{d_1} = \frac{9}{4}$$

۶۲. گزینه ۳ درست است.

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R_a}{R_b} = \frac{L_a}{L_b} \times \frac{A_b}{A_a}$$

$$\frac{R_a}{R_b} = \frac{L_a}{L_b} \times \frac{\pi(r_{b2}^\gamma - r_{b1}^\gamma)}{\pi r_a^\gamma} = \frac{4}{5} \times \frac{5^\gamma - 3^\gamma}{2^\gamma} = \frac{16}{5} = 3.2$$

۶۳. گزینه ۴ درست است.

$$\text{باز } k \Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow 4 = \frac{\varepsilon}{3+3} \Rightarrow \varepsilon = 24V$$

$$k \Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{R' + r} = \frac{24}{\frac{3 \times 6}{3+6} + 3} = \frac{24}{5} = 4.8 A$$

$$V = RI = 2 \times 4.8 = 9.6 V$$

$$i = \frac{V}{R_1} = \frac{9.6}{3} = 3.2 A$$

۶۴. گزینه ۳ درست است.

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R_{eq} + r_1 + r_2} = \frac{24 - 8}{(\frac{12 \times 4}{12+4} + 2) + 2 + 1} = 2 A$$

$$P = \varepsilon_2 I + r_2 I^2 = 8 \times 2 + 1 \times 2^2 = 20 W$$

۶۵. گزینه ۴ درست است.

با توجه به قانون دست راست و اینکه بار الکترون، منفی است، میدان مغناطیسی برونسو است.

۶۶. گزینه ۲ درست است.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{l} = \frac{(12 \times 10^{-7})(500)(2)}{0.2} = 6.0 \times 10^{-4} T = 6.0 G$$

با قاعدة دست راست آمپر، سمت راست سیم‌لوله، قطب N مغناطیسی است و جهت عقریّه قطب‌نما در داخل سیم‌لوله به سمت راست است.

۶۷. گزینه ۱ درست است.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow \frac{12+12}{220} = \frac{N_2}{550} \Rightarrow N_2 = 60$$

۶۸. گزینه ۴ درست است.

$$167 \times 10^{-20} \mu g = 167 \times 10^{-29} g = 167 \times 10^{-29} kg = 1.67 \times 10^{-27} kg$$

۶۹. گزینه ۱ درست است.

حجم حفره + حجم خالص ماده = حجم کره

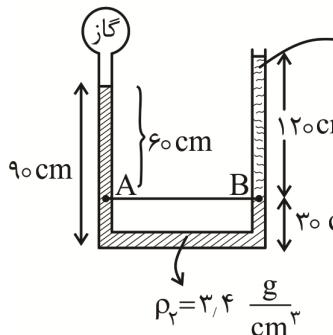
$$\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{m}{\rho}$$

$$4R^3 = \frac{2100}{6} + 150$$

$$4R^3 = 500 \rightarrow R^3 = 125 \rightarrow R = 5 cm$$

۷۰. گزینه ۲ درست است.

۷۱. گزینه ۱ درست است.



$$\rho_A gh_1 = \rho_{Hg} gh_{1Hg} \rightarrow h_{1Hg} = \frac{\rho_1 h_1}{\rho_{Hg}} = \frac{1.2 \times 120}{13.6} = 15 cm$$

$$h_{2Hg} = \frac{\rho_2 h_2}{\rho_{Hg}} = \frac{3/4 \times 60}{13.6} = 15 cm$$

$$P_A = P_B$$

$$P_{جاذب} + 15 = P_0 + 15 \Rightarrow P_{جاذب} = P_0 = 75\text{cm Hg}$$

۷۲. گزینه ۲ درست است.

$$P = P_0 + \rho gh = 10^5 + 1000 \times 10 \times 2/5 = 125000 \text{ Pa}$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA = 125000 \times 16 \times 10^{-4} = 2000 \text{ N}$$

۷۳. گزینه ۴ درست است.

$$E = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = 400 \times 10 \times 15 + \frac{1}{2} \times 400 \times 6^2$$

$$E = 67200 \text{ J} \rightarrow P = \frac{E}{t} = \frac{67200}{60} = 1120 \text{ W}$$

$$\eta = \frac{P}{P'} \times 100 = \frac{1120}{2800} \times 100 = \% 40$$

۷۴. گزینه ۳ درست است.

$$Q_{آب} + Q_{مس} = 0$$

$$m_1 C_1 (34 - 19) + m_2 C_2 (34 - 84) = 0$$

$$200 \times 10 C_2 \times 15 = m_2 C_2 \times 50 \rightarrow m_2 = 600 \text{ g}$$

۷۵. گزینه ۲ درست است.

$$\Delta U_{چرخه} = 0 \Rightarrow W + Q = 0 \Rightarrow W + 600 = 0$$

$$W = -600 \text{ J}$$

سطح داخلی چرخه  $P - V$  برابر با اندازه کار چرخه است:

$$(3P - P)(\lambda - 4) \times 10^{-3} = 600 \Rightarrow P = 1/5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P = 1/5 \text{ atm}$$

در مسیر AB، فرآیند هم فشار است و حجم ۲ برابر شده پس دما نیز باید ۲ برابر شود:  $T_B = 600 \text{ K}$

در مسیر BC، فرآیند هم حجم بوده و چون فشار،  $\frac{1}{3}$  شده باید دمای مطلق نیز  $\frac{1}{3}$  مقدار شود:  $T_C = \frac{1}{3} T_B = 200 \text{ K}$

### شیمی

۷۶. گزینه ۲ درست است.

زیرا تغییر طول عمر ایزوتوپ‌های هیدروژن منظم نیست و ایزوتوپ  $^7H$  شامل  $6n$  و  $1p$  است.

۷۷. گزینه ۳ درست است.

۷۸. گزینه ۲ درست است.

زیرا طیف نشری خطی هیدروژن درناحیه مرئی شامل چهار خط است و در سایر نواحی نیز نشر دارد و طیف نشری خطی لزوماً از برگشت الکترون‌ها به  $n = 1$ ، ناشی نمی‌شود.

۷۹. گزینه ۴ درست است.

زیرا برای مثال در دوره ۴ می‌تواند عنصری به صورت  $3d^{10} 4s^2$  داشت که جزو فلزات واسطه بوده و شامل ۱۲ الکترون

ظرفیتی است و نیز عنصری با آرایش الکترونی  $5s^2 5p^5$  در بالاترین لایه خود دارای  $n + \ell = 5$  است.

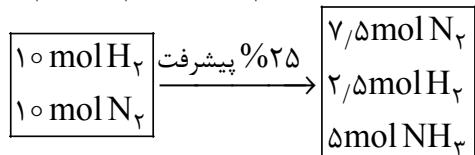
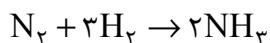
۸۰. گزینه ۲ درست است.

۸۱. گزینه ۳ درست است.

زیرا این ترکیب شامل ۱۸ جفت الکترون پیوندی و ۶ جفت الکترون ناپیوندی است.

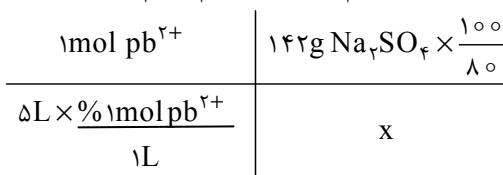
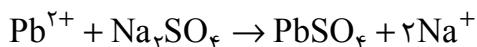
۸۲. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:



۸۳. گزینه ۴ درست است.

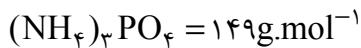
زیرا داریم:



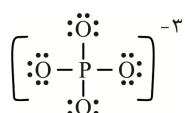
$$x \approx \lambda / 88$$

۸۴. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:



$$N = \frac{3 \times 14 \text{ g}}{149 \text{ g}} \times 100 = \% 28/2$$



و داریم:

۸۵. گزینه ۳ درست است.

زیرا اتانول دو اتم کربن و استون ۳ اتم کربن دارد.

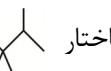
۸۶. گزینه ۲ درست است.

زیرا در هالوژنهای، با افزایش شعاع اتمی، واکنش پذیری کاهش می‌یابد.

۸۷. گزینه ۳ درست است.

زیرا فعالیت شیمیایی Zn، Mg و Ca از Fe بیشتر است.

۸۸. گزینه ۱ درست است.

زیرا دو اتم کربن در نفتالن به هیچ هیدروژنی وصل نیستند. در ساختار  گروه CH<sub>3</sub> وجود دارد و در



معمول واکنش نمی‌دهد.

$$Q_1 = Q_2$$

مایع فلز

۸۹. گزینه ۱ درست است.

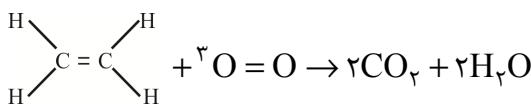
زیرا داریم:

$$120 \text{ g} \times x \times 48/5 = 250 \times 2 \times 1/5$$

$$x = 0/13$$

۹۰. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



$\Delta H =$  انرژی پیوندهای جدید ) - ( انرژی پیوندهای شکسته شده )

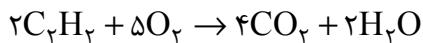
$$\Delta H = (514 + 4 \times 413 + 3 \times 495) - (4 \times 745 + 4 \times 467) = -1197 \text{ KJ}$$

$$\frac{2\text{g C}_2\text{H}_4}{1\text{g C}_2\text{H}_4} \mid \frac{1197 \text{ KJ}}{x}$$

$$x = 42/75$$

۹۱. گزینه ۴ درست است.

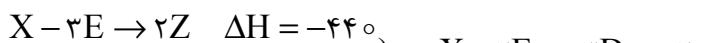
زیرا داریم:



$$\frac{2 \times 26 \text{ g C}_2\text{H}_4}{120 \text{ g C}_2\text{H}_4} \mid \frac{5 \times 22/4 \text{ L O}_2}{x}$$

$$x = 4/3 \text{ L S}^{-1}$$

۹۲. گزینه ۱ درست است.



هر ۳ واکنش را نیز می‌توان با هم انجام داد.

۹۳. گزینه ۳ درست است.

زیرا مونومر آن  $\text{CH}_3 - \text{CH} = \text{CH}_2$  است و شمار اتم‌های کربن آن با استون یکسان است.

۹۴. گزینه ۳ درست است.

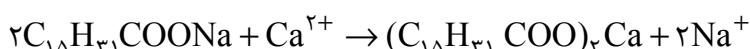
زیرا ساختار آن به صورت  $\text{H}-\underset{\parallel}{\text{C}}-\text{O}-\text{CH}_3$  است و متنالو به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

۹۵. گزینه ۱ درست است.

زیرا با توجه به ساختار پلیمر، مونومر آن دی‌اسید و دی‌آمین نیست.

۹۶. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



$$\frac{2 \times 278 \text{ g}}{100 \text{ g} \times \frac{70}{100}} \mid \frac{55^\circ \text{ g}}{x}$$

$$x = 69/2 \text{ g}$$

۹۷. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم: (در اسید HA)

$$[\text{H}^+] = C \times \alpha$$

$$[\text{H}^+] = ۰/۰۱ \times \frac{۵}{۱۰۰} = ۰/۰۱ \text{ mol.L}^{-1}$$

و در اسید نیتریک ۰/۰۰۱ مولار، غلظت  $\text{H}^+$  برابر ۰/۰۰۱ مول بر لیتر است و داریم:

$$\frac{۰/۰۱}{۰/۰۰۱} = ۱۰ = \text{نسبت غلظت } \text{H}^+ \text{ در دو اسید}$$

۹۸. گزینه ۱ درست است.

زیرا آمونیاک باز ضعیف است و تعداد اندکی از مولکول‌های آن به صورت  $\text{NH}_4^+$  در می‌آیند.

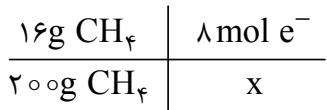
۹۹. گزینه ۴ درست است.

زیرا به طور خلاصه داریم:

$$\begin{cases} m = ۳ \\ n = ۵ \end{cases} \quad \frac{m}{n} = \frac{۳}{۵}$$

۱۰۰. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم: (به طور خلاصه)



$$x = ۱۰۰ \text{ mol } e^-$$

۱۰۱. گزینه ۳ درست است.

زیرا اختلاف انرژی فروپاشی شبکه در یون‌های کوچک‌تر بیشتر است.

۱۰۲. گزینه ۳ درست است.

زیرا  $\text{SiF}_4$  و  $\text{SO}_3$  قطبی نیستند.

۱۰۳. گزینه ۲ درست است.

زیرا به حداقل انرژی لازم برای شروع واکنش،  $E_a$  گفته می‌شود و واکنش‌های گرم‌گیر نیز به  $E_a$  نیازمند هستند.

۱۰۴. گزینه ۱ درست است.

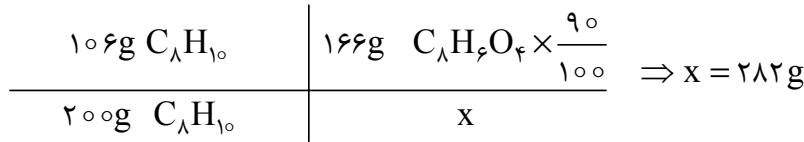
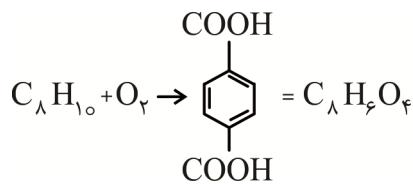
زیرا  $\Delta H$  این واکنش برابر است با:

$$\Delta H = (\text{مجموع انرژی پیوندهای جدید}) - (\text{مجموع انرژی پیوندهای شکسته شده}) = (۲ \times ۶۰۷) - (۹۴۱ + ۴۹۵) = -۲۲۲ \text{ KJ}$$

و طبق شکل داریم:

$$۵۶۲ \text{ KJ} = ۲۲۲ \text{ KJ} + E_a$$

$$E_a = ۳۴۰ \text{ KJ}$$



۱۰۵. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:



# برگزاری آزمایشی امتحانات نهایی

## دروس عمومی پایه دوازدهم



دسترسی به سوالات و پاسخهای تشریحی سه نوبت آزمون گذشته به صورت **رایگان**

✉ sanjesheducationgroup

👤 sanjeshserv

۰۲۱-۴۲۹۶۶

ثبت نام گروهی دبیرستان ها ۰۲۱-۸۸۸ ۴۴۷۹۱-۳

همین حالا ثبت نام کنید [www.sanjeshserv.ir](http://www.sanjeshserv.ir)