



آزمون ۱۰ از ۱۴



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم - مرحله هشتم (۱۴۰۱/۱۲/۱۹)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می‌باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان‌ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون‌های آزمایشی سنجش و بهره‌مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون‌ها، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می‌گردد. از شما عزیزان دعوت می‌شود، دیدگاه‌های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



کانال تلگرام آزمون‌های آزمایشی سنجش @sanjesheducationgroup

ریاضیات

۱. گزینه ۱ درست است.

$$P(A \cap B), P(A), P(B), P(A \cup B), P(S) = 1$$

$$\begin{array}{ccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & \\ & +P(A) & +P(A) & +P(A) & +P(A) & & \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cap B) + P(A) = P(A) \rightarrow P(A \cap B) = 0 \\ P(A) + P(A) = P(B) \rightarrow P(B) = 2P(A) \\ P(B) + P(A) = P(A \cup B) \\ P(A \cup B) + P(A) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow P(A) + 2P(A) + P(A) = 1$$

$$\downarrow$$

$$4P(A) = 1$$

$$\downarrow$$

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

$$\downarrow$$

$$P(B) = 2P(A) = 2\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$\downarrow$$

$$P(B) = \frac{1}{2}$$

۲. گزینه ۴ درست است.

$$n(S) = \binom{10}{7} = \frac{10!}{3!7!} = 120$$

$$n(A) = \binom{9}{6} = \frac{9!}{3!6!} = 84$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{84}{120} = 0.7$$

۳. گزینه ۱ درست است.

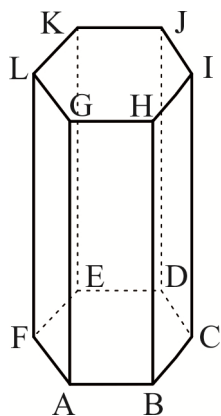
پیوسته: «حداکثر سرعت خودرو»، «میزان بنزین مصرفی برای هر ۱۰۰ کیلومتر»، «وزن خودرو بدون راننده»، «اندازه طول و عرض و ارتفاع خودرو برحسب میلی‌متر»

گسسته: تعداد سرنشین مجاز

ترتیبی: «میزان رضایت مشتری به صورت کم، متوسط، زیاد و بسیار زیاد»

اسمی: «رنگ خودرو» «تپ خودرو»

$$2x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 5t^2 = 2(2)^2 + 3(1)^2 + 4(1)^2 + 5(4)^2 = 95$$



$$ED, GH, KJ \rightarrow m = 3$$

۴. گزینه ۳ درست است.
یال‌های موازی با **AB** عبارتند از:

یال‌های متناظر با **AB** عبارتند از:

$$FL, IC, KE, JD, LG, HI, LK, IJ \rightarrow n = 8$$

یال‌های متقاطع با **AB** عبارتند از:

$$AF, FE, AG, BH, BC, CD \rightarrow P = 6$$

$$\frac{n^2 + P^2}{m^2 + 1} = \frac{8^2 + 6^2}{3^2 + 1} = \frac{100}{10} = 10$$

۵. گزینه ۴ درست است.

با شرایط مسئله، قطر مکعب مستطیل همان قطر کره است:

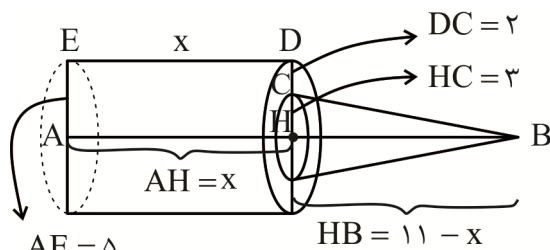
$$\text{قطر مکعب مستطیل} = \sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\text{قطر کره} = 2R = 5\sqrt{2} \rightarrow R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{مساحت سطح کل کره} = 4\pi R^2 = 4\pi \left(\frac{5\sqrt{2}}{2} \right)^2 = 50\pi$$

۶. گزینه ۲ درست است.

شکل حاصل از دوران حول ضلع **AB** شامل یک استوانه و یک مخروط هم‌محور با آن مطابق اندازه‌های روی شکل است:



$$\text{حجم کل جسم حاصل} = V_{\text{مخروط}} + V_{\text{استوانه}}$$

$$143\pi = \pi(5)^2 \times x + \frac{1}{3}\pi(3)^2 \times (11 - x)$$

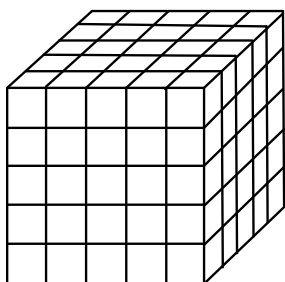
$$143 = 25x + 33 - 3x \rightarrow \boxed{x = 5}$$

$$\text{مساحت } ABCDE = S_{\text{مستطیل}} + S_{\text{مثلث}} = (AE \times x) + \frac{1}{2}HC \times (11 - x)$$

$$= (5 \times 5) + \frac{1}{2}(3 \times 6) = 25 + 9 = 34$$

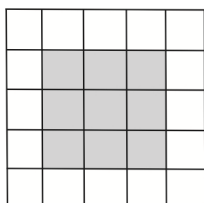
۷. گزینه ۱ درست است.

مکعب مربع با ۱۲۵ مکعب کوچک یکسان به ابعاد $5 \times 5 \times 5$ مطابق شکل زیر است:



مکعب‌هایی که در وسط وجه‌های مکعب اصلی (به جز یال‌ها) قرار دارند (مانند شکل زیر) فقط یک وجه رنگ‌شده دارند. هر

مکعب ۶ وجه دارد، بنابراین: $a = 6 \times 9 = 54$



مکعب‌هایی که در وسط یال‌ها قرار می‌گیرند، دو وجه رنگ‌شده دارند:

هر مکعب ۱۲ یال دارد، بنابراین: $b = 12 \times 3 = 36$

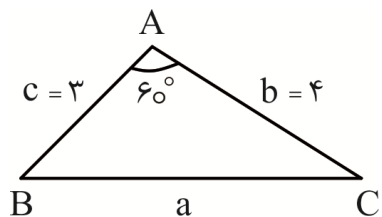


همچنین مکعب‌هایی که در ۸ کنج انتهایی مکعب اصلی (۱۲۵ مکعبی) هستند ۳ وجه رنگ‌شده دارند، بنابراین

$c = 8 \times 1 = 8$ در نتیجه:

$$a + 2b + 3c = 54 + 72 + 24 = 150$$

۸. گزینه ۳ درست است.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos 60^\circ$$

$$a^2 = 16 + 9 - 2 \times 4 \times 3 \times \frac{1}{2}$$

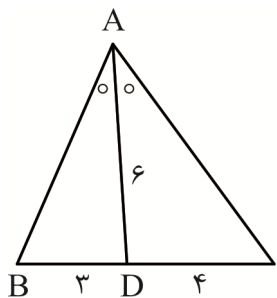
$$a = \sqrt{13}$$

قاعده سینوس‌ها: $\frac{a}{\sin A} = 2R \rightarrow \frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2R \rightarrow R = \sqrt{\frac{13}{3}}$

$$S = \pi R^2 = 3 \times \left(\sqrt{\frac{13}{3}} \right)^2 = 13$$

قضیه کسینوس‌ها:

۹. گزینه ۲ درست است.



$$AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

$$36 = AB \times AC - 3 \times 4$$

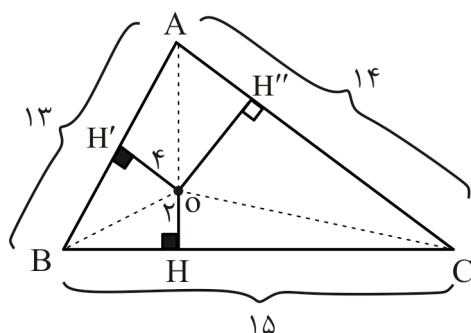
$$\boxed{AB \times AC = 48} \quad (1)$$

$$AD \text{ نیمساز است} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow AB = 6, AC = 8$$

$$\Delta_{ABC} \text{ محیط} = 6 + 7 + 8 = 21$$

۱۰. گزینه ۴ درست است.



$$P = \frac{13+14+15}{2} = 21$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

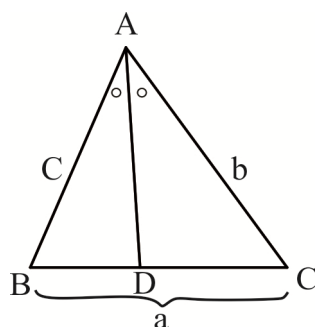
$$= \sqrt{21(21-15)(21-14)(21-13)} = 84$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC} + S_{\triangle AOC}$$

$$84 = \frac{1}{2} \times 13 \times 4 + \frac{1}{2} \times 15 \times 2 + \frac{1}{2} \times 14 \times x \rightarrow x = \frac{43}{7}$$

۱۱. گزینه ۲ درست است.

مطابق تمرین ۵ صفحه ۷۵ و ۷۶ کتاب هندسه (۲):



$$AD = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c}, \hat{A} = 60^\circ$$

اندازه b و c ریشه‌های معادله درجه دوم $x^2 - 8\sqrt{3}x + 20 = 0$ هستند. بدون حل معادله و با استفاده از روابط بین ریشه‌ها:

$$\begin{cases} x_1 x_2 = \frac{c}{a} \rightarrow bc = 20 \\ x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \rightarrow b+c = 8\sqrt{3} \end{cases}$$

$$AD = \frac{2(20) \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{8\sqrt{3}} = 2/5$$

۱۲. گزینه ۱ درست است.

نقاط $x = \pm 4$ نقاط انتهایی بازه هستند (۲ نقطه بحرانی) برای یافتن اکسترم‌های مطلق و نسبی باید تابع مشتق را بررسی کنیم:

$$f(x) = |x^2 - x - 6| = \begin{cases} x^2 - x - 6 & ; x \leq -2 \text{ یا } x \geq 3 \\ -x^2 + x + 6 & ; -2 \leq x \leq 3 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x - 1 & ; x < -2 \text{ یا } x > 3 \\ 1 - 2x & ; -2 < x < 3 \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} f'_-(-2) = -5 \\ f'_+(-2) = 5 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x = -2 \text{ در } f \text{ مشتق ناپذیر است (بحرانی)}$$

$$\left. \begin{matrix} f'_-(3) = -5 \\ f'_+(3) = 5 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x = 3 \text{ در } f \text{ مشتق ناپذیر است (بحرانی)}$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2} \text{ بحرانی}$$

بنابراین: تابع f در ۵ نقطه $x = \pm 4$ و $x = -2$ و $x = \frac{1}{2}$ و $x = 3$ بحرانی است. لذا $a = 5$.

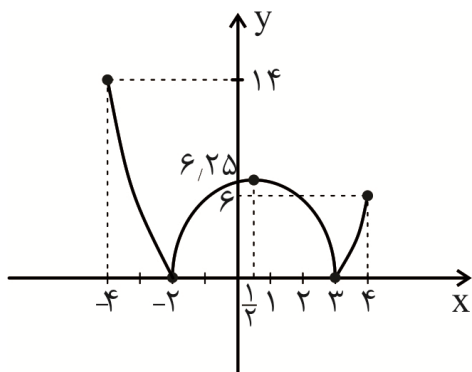
$$f(-4) = 14, \quad f(-2) = 0, \quad f\left(\frac{1}{2}\right) = 6.25, \quad f(3) = 0, \quad f(4) = 6$$

$\downarrow$ max مطلق (بحرانی) $\downarrow$ Min مطلق و نسبی (بحرانی) $\downarrow$ max نسبی $\downarrow$ Min مطلق و نسبی (بحرانی) $\downarrow$ فقط بحرانی

$$a = 5, b = 1, c = 2, d = 1, e = 2 \quad (\text{بحرانی})$$

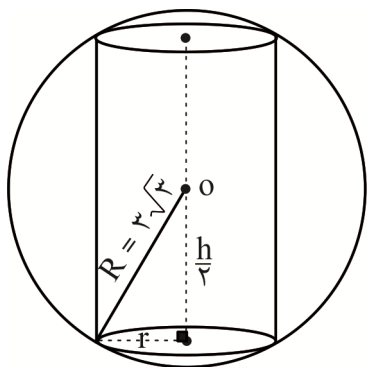
$$a + 2b + 3c + 4d + 5e = 5 + 2(1) + 3(2) + 4(1) + 5(2) = 27$$

نمودار نهایی تابع در بازه $[-4, 4]$ به صورت زیر است:



۱۳. گزینه ۲ درست است.

مانند مثال صفحه ۱۱۹ کتاب حسابان ۲ و با توجه به شکل زیر:



$$(3\sqrt{3})^2 = r^2 + \frac{h^2}{4} \Rightarrow r^2 = 27 - \frac{1}{4}h^2 \quad (1)$$

$$V = \pi r^2 \cdot h = \pi \left(27 - \frac{1}{4}h^2\right) \cdot h$$

$$V(h) = 27\pi h - \frac{\pi}{4}h^3; \quad 0 \leq h \leq 6\sqrt{3}$$

برای یافتن نقاط بحرانی تابع حجم استوانه در بازه $[0, 6\sqrt{3}]$ ریشه‌های مشتق را به دست می‌آوریم:

$$V'(h) = 27\pi - \frac{3\pi}{4}h^2 = 0 \Rightarrow h = 6 \Rightarrow r^2 = 18$$

$$V_{\max} = \pi r^2 \cdot h = \pi \times 18 \times 6 = 108\pi$$

۱۴. گزینه ۱ درست است.

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + 2a$$

$$\begin{cases} f(2) = 16 \rightarrow 16 = 4a + 4b + 4a^2 & (1) \\ f'(2) = 0 \rightarrow 12a + 4b + 2a^2 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow a^2 - 2a - 8 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2, b = 4 \Rightarrow a \times b = -8 \\ a = 4 \end{cases}$$

(چون به ازای $a = 4$ نقطه $(2, 16)$ مینیمم نسبی می‌شود. غ ق ق)

۱۵. گزینه ۳ درست است.

ابتدا دامنه تابع f را مشخص می‌کنیم:

$$36 - x^2 \geq 0 \rightarrow -6 \leq x \leq 6$$

شرط اینکه تابع f در بازه موردنظر صعودی اکید باشد آن است که $f'(x) > 0$:

$$f'(x) = 2 + \frac{-x}{\sqrt{36-x^2}} = \frac{2\sqrt{36-x^2}-x}{\sqrt{36-x^2}} > 0$$

مخرج کسر تابع مشتق همواره مثبت است، بنابراین:

$$2\sqrt{36-x^2}-x > 0 \rightarrow 2\sqrt{36-x^2} > x$$

نامعادله فوق به ازای $-6 \leq x \leq 0$ برقرار است. به ازای $x \geq 0$:

$$4(36-x^2) > x^2 \rightarrow x^2 < \frac{144}{5} \rightarrow 0 \leq x < \frac{12}{\sqrt{5}}$$

چون تابع در $x = 0$ پیوسته است و در نقطه $x = \frac{12}{\sqrt{5}}$ مقدار مشتق صفر می شود، بنابراین بازه $\left[-6, \frac{12}{\sqrt{5}}\right]$ بزرگ ترین

بازه ای است که تابع f اکیداً صعودی است:

$$a = -6, b = \frac{12}{\sqrt{5}}$$

$$b\sqrt{5} - a = \frac{12}{\sqrt{5}} \times \sqrt{5} - (-6) = 12 + 6 = 18$$

۱۶. گزینه ۴ درست است.

چون به ازای هر عدد حقیقی x علامت f' منفی است، پس تابع f به ازای هر $x \in \mathbb{R}$ نزولی اکید است، بنابراین:

$$\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R} : x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

در نتیجه:

$$f(2K^2 - 1) > f(3K + 4)$$

چون f نزولی اکید است

$$2K^2 - 1 < 3K + 4$$

$$2K^2 - 3K - 5 < 0$$

$$-1 < K < \frac{5}{2}$$

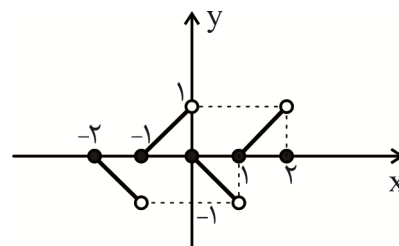
$$K \in \mathbb{Z}$$

$$K = 0, 1, 2$$

با توجه به حدود نامعادله، ۳ عدد صحیح برای K وجود دارد.

۱۷. گزینه ۴ درست است.

ابتدا نمودار تابع f را در بازه $[-2, 2]$ رسم می‌کنیم:



$$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow y = -2 - x$$

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = 1 + x$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = -x$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = -1 + x$$

$$x = 2 \rightarrow y = 0$$

با توجه به نمودار، تابع f در این بازه، هیچ اکسترموم نسبی یا مطلق ندارد.

۱۸. گزینه ۲ درست است.

ابتدا معادله سهمی را به حالت استاندارد تبدیل می‌کنیم:

$$(y-1)^2 = -8(x+1) \quad \begin{matrix} \text{رأس} \\ \rightarrow S \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{کانون} \\ \rightarrow F \end{matrix} \rightarrow \boxed{x = -3}$$

معادله خط عمود بر محور تقارن در کانون $\rightarrow \boxed{x = -3}$

سهمی افقی است و دهانه آن رو به چپ:

$$4a = -8$$

$$\boxed{a = -2}$$

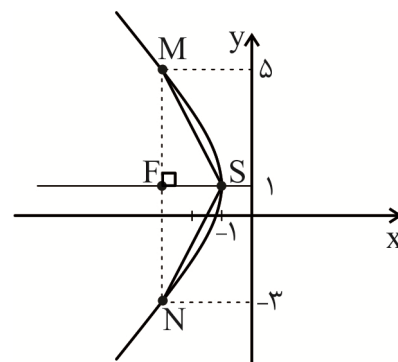
پارامتر سهمی

معادله خط $x = -3$ را با معادله سهمی $(y-1)^2 = -8(x+1)$ قطع می‌دهیم تا مختصات M و N به دست آید:

$$x = -3 \rightarrow (y-1)^2 = -8(-3+1) \rightarrow (y-1)^2 = 16 \rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$M \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}, N \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow MN = 8 = \text{قاعده مثلث} \quad SF = |a| = 2 = \text{ارتفاع مثلث}$$

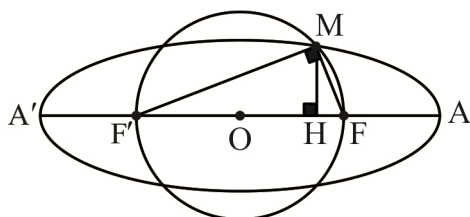
$$S_{MNS} = \frac{8 \times 2}{2} = 8$$



۱۹. گزینه ۱ درست است.

چون زاویه محاطی $\widehat{F'MF}$ از دایره، روبه‌رو به قطر آن FF' است، پس

$\widehat{F'MF} = 90^\circ$ و مثلث MFF' قائم‌الزاویه است:



$$\begin{cases} 2a = 26 \rightarrow a = 13 \\ 2b = 10 \rightarrow b = 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{در بیضی}} \begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 \\ 13^2 = 5^2 + c^2 \end{cases} \rightarrow \boxed{c = 12} \rightarrow FF' = 2c = 24$$

$$\triangle MFF': \text{رابطه فیثاغورث در } FF'^2 = MF^2 + MF'^2$$

$$24^2 = (MF + MF')^2 - 2MF.MF'$$

$$(MF + MF' = 2a) \Rightarrow 576 = (2a)^2 - 2MF.MF'$$

$$576 = 26^2 - 2MF.MF'$$

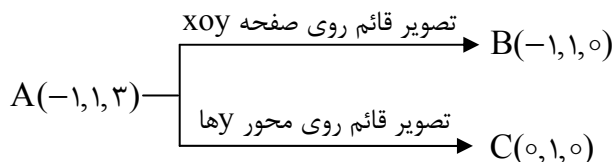
$$\boxed{MF.MF' = 50}$$

مطابق ویژگی‌های مثلث قائم‌الزاویه $MF.MF' = FF'.MH$

$$50 = 24 \times MH$$

$$\boxed{MH = \frac{25}{12}}$$

۲۰. گزینه ۲ درست است.



$$\left. \begin{aligned} |AB| &= \sqrt{0+0+9} = 3 \\ |AC| &= \sqrt{1+0+9} = \sqrt{10} \\ |BC| &= \sqrt{1+0+0} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow |AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2$$

مثلث ABC در رأس B قائم است:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{|AB| \times |BC|}{2} = \frac{3 \times 1}{2} = 1.5$$

۲۱. گزینه ۳ درست است.

دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ موازی‌اند. اگر و تنها اگر $\vec{a} = r\vec{b}$

$$(-2, m, 3) = r(3, -1, n-1) \Rightarrow \begin{cases} -2 = 3r \rightarrow r = -\frac{2}{3} \\ m = -r \rightarrow m = \frac{2}{3} \\ 3 = r(n-1) \rightarrow n = \frac{-7}{2} \end{cases}$$

$$\vec{a} = (-2, \frac{2}{3}, 3), \vec{b} = (3, -1, -\frac{9}{2})$$

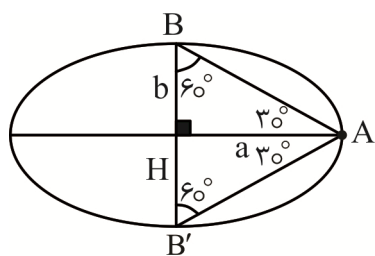
$$\vec{M} = 6(-2, \frac{2}{3}, 3) + 8(3, -1, -\frac{9}{2})$$

$$\vec{M} = (12, -4, -18)$$

$$|\vec{M}| = \sqrt{(12)^2 + (-4)^2 + (-18)^2} = 22$$

۲۲. گزینه ۳ درست است.

مطابق شکل زیر با وصل کردن محل برخورد قطر کانونی (قطر بزرگ) بیضی به دو سر قطر کوچک، مثلث ABB' متساوی‌الاضلاع است:



$$AB = AB' = BB' = 2b$$

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} BB' \rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{2} (2b) \rightarrow a = \sqrt{3}b$$

$$\text{در بیضی } a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow a^2 = \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2 + c^2$$

$$\frac{2}{3} a^2 = c^2$$

$$\frac{c^2}{a^2} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

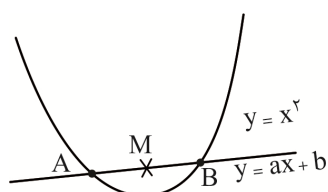
$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\boxed{e = \frac{\sqrt{6}}{3}} \text{ خروج از مرکز بیضی}$$

۲۳. گزینه ۲ درست است.

طبق تمرین ۱۵ کتاب درسی هندسه (۳) صفحه ۵۹، مختصات وسط وتر ایجادشده توسط خط $y = ax + b$ در سهمی

$$y = x^2 \text{ برابر است با: } M\left(\frac{a}{2}, \frac{a^2}{2} + b\right)$$



بنابراین:

$$y = 3x + 1$$

$$\begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ a=3 & b=1 \end{matrix}$$

$$M\left(\frac{3}{2}, \frac{11}{2}\right)$$

$$M \text{ مجموع طول و عرض } = \frac{3}{2} + \frac{11}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

۲۴. گزینه ۳ درست است.

مرتبه گراف G ، $n = 14$ و ماکزیمم درجه $\Delta = 4$ است. بنابراین:

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta + 1} \right\rceil = \left\lceil \frac{14}{5} \right\rceil = 3$$

در این گراف با ۳ رأس نمی‌توان مجموعه احاطه‌گری نوشت. از طرفی مجموعه $A = \{b, j, d, e\}$ یک

مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای این گراف است، پس $\gamma(G) = 4$

۲۵. گزینه ۱ درست است.

برای داشتن بیشترین تعداد یال، رأس‌های از درجه $\Delta = 8$ و برای داشتن کمترین تعداد یال، رأس‌های از درجه $\delta = 3$ را ماکزیمم می‌کنیم. چون تعداد رأس‌های فرد گراف، همواره عددی زوج است:

$$\sum_{i=1}^{18} \deg(V_i) = 2q \Rightarrow \underbrace{8, 8, \dots, 8}_{16 \text{ رأس}}, 7, 3$$

بیشترین درجه فرد ممکن درجه فرد اجباری

$$\Rightarrow 16 \times 8 + 7 + 3 = 138 = 2q_{\max} \rightarrow \boxed{q_{\max} = 69}$$

$$\text{کمترین تعداد یال: } 8, 4, 3, 3, \dots, 3 \Rightarrow 8 + 4 + (16 \times 3) = 2q_{\min} \rightarrow \boxed{q_{\min} = 30}$$

بیشترین درجه زوج ممکن درجه زوج اجباری

۲۶. گزینه ۴ درست است.

عدد احاطه‌گری این گراف ۲ است و مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم آن عبارتند از:

$$\{a, b\}, \{a, f\}, \{a, g\}, \{b, d\}, \{d, f\}, \{d, g\}, \{c, f\}$$

بنابراین گراف ۷ مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد.

۲۷. گزینه ۴ درست است.

تعداد جواب‌های طبیعی معادله $X_1 + X_2 + \dots + X_k = n$ برابر $\binom{n-1}{k-1}$ است. با توجه به محدودیت‌های X_4 و X_5

تعداد جواب‌های طبیعی را پیدا می‌کنیم:

$$X_1 + X_2 + \sqrt{X_3} + X_4^2 + X_5 = 10$$

$\boxed{X_4 = 1}$	$X_3 = 1 \rightarrow X_1 + X_2 + X_5 = 8 \rightarrow \binom{8}{2} = 21$	}	۵۶ جواب $\Rightarrow$
	$X_3 = 4 \rightarrow X_1 + X_2 + X_5 = 7 \rightarrow \binom{7}{2} = 15$		
	$X_3 = 9 \rightarrow X_1 + X_2 + X_5 = 6 \rightarrow \binom{6}{2} = 10$		
	$X_3 = 16 \rightarrow X_1 + X_2 + X_5 = 5 \rightarrow \binom{5}{2} = 6$		
	$X_3 = 25 \rightarrow X_1 + X_2 + X_5 = 4 \rightarrow \binom{4}{2} = 3$		
	$X_3 = 36 \rightarrow X_1 + X_2 + X_5 = 3 \rightarrow \binom{3}{2} = 1$		
	$X_3 = 49 \rightarrow X_1 + X_2 + X_5 = 2$ جواب طبیعی ندارد.		

$$\left. \begin{array}{l} x_3=1 \rightarrow x_1 + x_2 + x_5 = 5 \rightarrow \binom{4}{2} = 6 \\ x_3=4 \rightarrow x_1 + x_2 + x_5 = 4 \rightarrow \binom{3}{2} = 3 \\ x_3=9 \rightarrow x_1 + x_2 + x_5 = 3 \rightarrow \binom{2}{2} = 1 \\ x_3=16 \rightarrow x_1 + x_2 + x_5 = 2 \rightarrow \text{جواب طبیعی ندارد} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{جواب } 10$$

$$x_4 = 2$$

$$x_4 = 3 \rightarrow x_3 = 1 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_5 = 0 \text{ جواب طبیعی ندارد}$$

* تعداد کل جواب‌های طبیعی ۶۶ است.

۲۸. گزینه ۲ درست است.

مجموع هر سطر یا ستون از یک مربع لاتین 3×3 برابر ۶ و مجموع کل اعداد یک مربع لاتین 3×3 هم ۱۸ است. مطابق شکل اگر عدد موجود در سطر دوم و ستون دوم را x فرض کنیم:

*		*
	x	
*		*

$$12 - x = \text{مجموع اعداد سطر دوم و ستون دوم}$$

$$6 + x = 18 - (12 - x) = \text{مجموع ۴ خانه موردنظر}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 \rightarrow a = 9 = \text{بیشترین مقدار} \\ x = 1 \rightarrow b = 7 = \text{کم‌ترین مقدار} \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = 16$$

۲۹. گزینه ۴ درست است.

چون در ستون‌های اول و دوم مربع لاتین نباید عدد تکراری وجود داشته باشد، پس هیچ‌یک از x و y و z و t برابر ۱ نیستند و چون عدد ۱ باید در سطر سوم و چهارم مربع لاتین ظاهر شود، پس عدد ۱ فقط در خانه چهارم سطر سوم و در خانه سوم سطر چهارم می‌تواند قرار گیرد. در نتیجه یکی از x و y برابر ۳ و دیگری برابر ۴ و از طرف دیگر نیز یکی از z و t برابر ۲ و دیگری برابر ۴ است. بنابراین:

$$x + y + z + t = 3 + 4 + 2 + 4 = 13$$

۳۰. گزینه ۳ درست است.

روش اول: دو حالت وجود دارد، در دو پارک ۲ درخت و در ۲ پارک یک درخت یا آنکه در یک پارک ۳ درخت و در ۳ پارک یک درخت:

$$\binom{4}{2} \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{1} + \binom{4}{1} \binom{6}{3} \times 3! = 1560$$

روش دوم:

$$1560 = \binom{4}{3} \times 1^6 - \binom{4}{2} \times 2^6 + \binom{4}{1} \times 3^6 - \binom{4}{0} \times 4^6 = \text{تعداد حالات مطلوب}$$

↓
کل حالات ممکن

فیزیک

۳۱. گزینه ۴ درست است.

توضیح و شکل صفحه ۶۹ کتاب درسی

۳۲. گزینه ۲ درست است.

توضیح و شکل صفحه ۶۷ کتاب درسی

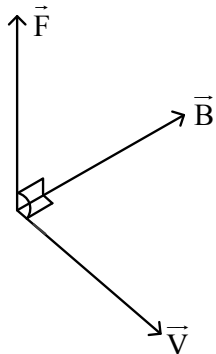
۳۳. گزینه ۲ درست است.

۳۴. گزینه ۱ درست است.

حاصل ضرب خارجی دو بردار همواره برداری است عمود بر هر دو آنها، مبحث ضرب بردارها در درس هندسه تحلیلی

$$\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$$

$$\vec{F} = q\vec{V} \times \vec{B}$$

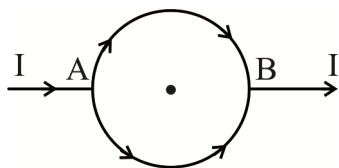


۳۵. گزینه ۱ درست است.

طبق قانون دست راست وقتی انگشت شست در جهت جریان باشد، سوی چرخش چهار انگشت خمیده جهت میدان را نشان می‌دهد. پس جهت میدان عمود بر صفحه و درون سو است. $\otimes$

۳۶. گزینه ۴ درست است.

دو نیم‌دایره، میدان‌های خلاف جهت یکدیگر تولید می‌کنند که برآیند آنها صفر است.



۳۷. گزینه ۲ درست است.

$$u = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow 10^{-2} = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} \times I^2$$

$$I^2 = 1 \Rightarrow I = 1A$$

۳۸. گزینه ۳ درست است.

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow O \begin{cases} t = 0 \\ I = 4 \sin 0 = 0 \end{cases}$$

$$I = 4 \sin \frac{2\pi}{T} t$$

$$A \begin{cases} t = \frac{T}{4} \\ I = 4 \times \sin \frac{\cancel{2}\pi}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{T}}{\cancel{4}} = 4 \times \sin \frac{\pi}{2} = 4 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} t = \frac{T}{2} \\ I = 4 \times \sin \frac{\cancel{2}\pi}{\cancel{4}} \times \frac{T}{2} = 0 \end{cases}$$

$$C \begin{cases} t = \frac{3}{4} T \\ I = 4 \sin \frac{\cancel{2}\pi}{\cancel{4}} \times \frac{3\cancel{T}}{\cancel{4}} = -4 \end{cases}$$

$$D \begin{cases} t = T \\ I = 4 \sin \frac{2\pi}{T} \times T = 0 \end{cases}$$

۳۹. گزینه ۲ درست است.

$$F = E.q \Rightarrow E.q = qVB \sin \theta \quad \theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow E = VB \Rightarrow V = \frac{E}{B}$$

$$F = qVB \sin \theta$$

۴۰. گزینه ۱ درست است.

$$\varepsilon = -\frac{\Delta \phi_B}{\Delta t} = A \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\varepsilon = RI = \frac{\rho L}{A} I = \rho \frac{\overset{\text{حلقه}}{2\pi r}}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} \times I \Rightarrow \pi r^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} = \rho \frac{\lambda \pi r}{\pi d^2} I \Rightarrow \frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{\lambda \times \rho \times I}{\pi d^2 \times r}$$

سیم مسی

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{\lambda \times \rho \times I}{\pi d^2 \times r} = 2 \left(\frac{T}{s}\right)$$

۴۱. گزینه ۳ درست است.

$$|\varepsilon| = \left| -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right| \xrightarrow{N=1} = \left| -\frac{\phi_2 - \phi_1}{\Delta t} \right| = \left| -\frac{1/2 - (-0.2)}{0.25} \right| = \left| \frac{-1/4}{0.25} \right| = 1/6 V$$

۴۲. گزینه ۲ درست است.

$$u = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow L = \frac{2u}{I^2} = \frac{2 \times 0.1}{(20)^2} = 5 \times 10^{-4} H \quad L = \frac{\mu_0 N I}{B}$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{2\pi r} \Rightarrow N = \sqrt{\frac{2\pi r L}{\mu_0 A}} = \sqrt{\frac{2\pi \times 12 \times 10^{-2} \times 5 \times 10^{-4}}{4\pi \times 10^{-7} \times 20 \times 10^{-4}}}$$

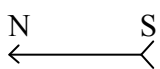
$$N = \sqrt{\frac{3 \times 10^5}{2}} = \sqrt{15 \times 10^4} = 100\sqrt{15}$$

۴۳. گزینه ۴ درست است.

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 \times N_2}{N_1} = \frac{120 \times 10}{500} = 2.4 V$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R} = \frac{2.4}{240} = 0.01 A$$

۴۴. گزینه ۱ درست است.

قطب N و S عقربه مغناطیسی به صورت  است. بنابراین طبق قانون جذب و دفع بین قطب‌های آهنربا و عقربه می‌توان گزینه ۱ را انتخاب کرد.

۴۵. گزینه ۳ درست است.

$$I = I_m \sin \omega t$$

$$I_m = 2A \quad \omega = 100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{100\pi} = 0.02 = \frac{1}{50} \text{ s}$$

۴۶. گزینه ۳ درست است.

$$\phi_m = AB \Rightarrow AB = 10 \text{ wb}$$

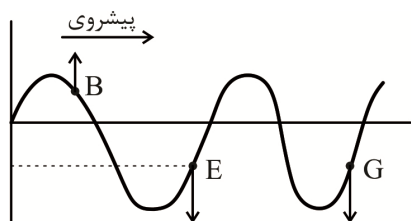
$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{T}{4} = \frac{1}{20} \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ s} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\phi = AB \cos \omega t = 10\pi \cos(10\pi t)$$

۴۷. گزینه ۳ درست است.

نقطه‌هایی که مکان و سرعت آن‌ها قرینه هم باشند در فاز مخالفند.



۴۸. گزینه ۴ درست است.

در انتهای بسته، اختلاف فاز بین موج فرودی و بازتاب شده برابر π است. پیش‌تاز بودن در برخورد و برگشت را حفظ می‌کنند.

۴۹. گزینه ۴ درست است.

نقاط بین دو گره متوالی هم‌فاز و هم‌فرکانس هستند ولی دامنه‌های آن‌ها متفاوت است.

دامنه $A > M$ دامنه
 $\omega_A = \omega_M$ و $V_{\max} = A\omega \Rightarrow V_A > V_M$

۵۰. گزینه ۲ درست است.

$$f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{4 \text{ eV}}{4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}} = 1 \times 10^{15} / \text{s}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{240 \times 10^{-9} \text{ m}} = 1.25 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\frac{f}{f_0} = \frac{1.25 \times 10^{15}}{1 \times 10^{15}} = \frac{5}{4}$$

۵۱. گزینه ۳ درست است.

$$n = \frac{Pt}{hf} = \frac{\text{انرژی تابش شده}}{\text{انرژی هر فوتون}}$$

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \text{ J.s} \times 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1100 \times 10^{-9}} = 1.8 \times 10^{-19} \text{ J} = 1.8 \times 10^{-20} \text{ J}$$

$$E = P.t = 200 \frac{\text{J}}{\text{s}} \times 1 \text{ s} = 200$$

$$n = \frac{200}{1.8 \times 10^{-20}} = \frac{1}{9} \times 10^{21}$$

۵۲. گزینه ۱ درست است.

بر هم کنش نور فرودی فرابنفش با کلاهیک برق نما باعث می شود تا تیغه های برق نما به سرعت به یکدیگر نزدیک شوند.

۵۳. گزینه ۴ درست است.

$$f_n = n f_1 \Rightarrow f_1 \text{ بسامد اصلی}$$

$$f_n = n \frac{v}{2L}$$

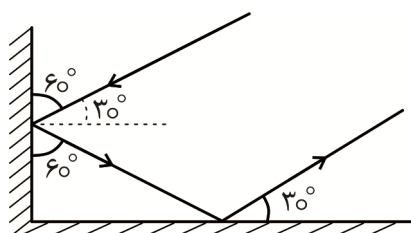
$$V = \sqrt{\frac{Fl}{m}} = \sqrt{\frac{800 \times 10^3}{16}} = \sqrt{5 \times 10^4} = 100 \sqrt{5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$f_1 = \frac{V}{2L} = \frac{100 \sqrt{5}}{2 \times 1} = 50 \sqrt{5} \text{ Hz}$$

$$f_4 = 4 \times 50 \sqrt{5} = 200 \sqrt{5} \text{ Hz}$$

۵۴. گزینه ۱ درست است.

۵۵. گزینه ۳ درست است.



شیمی

۵۶. گزینه ۱ درست است.

زیرا بیشتر از نیمی از پوشاک جهان از الیاف طبیعی تهیه می شوند و در سلولز، رشته های متعدد پلیمر از قندها وجود دارد.

۵۷. گزینه ۱ درست است.

زیرا در بسپارش، پیوندهای $C=C$ تبدیل به پیوندهای $C-C$ می شوند و پلیمر در شرایط STP برخلاف مونومر، جامد است و اتن در دما و فشار بالا، دچار بسپارش می شوند و در فرآورده با چگالی بالا، مولکول های پلیمر به صورت راست زنجیر هستند و هر اتم کربن به دو اتم کربن دیگر متصل اند.

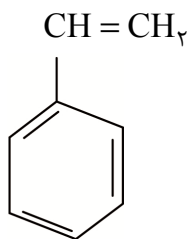
۵۸. گزینه ۳ درست است.

$$C_3H_6 = 42 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$= 5000 \times 42 \text{ g.mol}^{-1} = 210 \times 10^5 \text{ g.mol}$$

۵۹. گزینه ۴ درست است.

زیرا تک پار آن به صورت زیر بوده و دارای پیوند دوگانه مشابه اتن است.



۶۰. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم: (شمار اتم‌های H و شمار پیوندهای C = C یکسان است).



۶۱. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

$$\begin{array}{r|l} \text{C}_2\text{F}_6 = 100 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} & \\ 100 \text{ g C}_2\text{F}_6 & 22.4 \text{ L} \\ \hline 500 \text{ g C}_2\text{F}_6 & x \end{array}$$

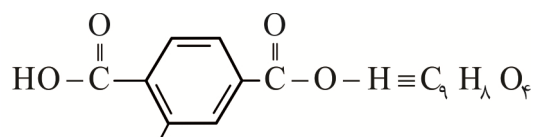
$$x = 112 \text{ L}$$

۶۲. گزینه ۲ درست است.

زیرا این دو ترکیب در شفافیت و داشتن شاخه جانبی (ساختار مولکول) متفاوت‌اند.

۶۳. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:



۶۴. گزینه ۴ درست است.

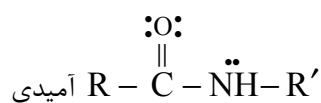
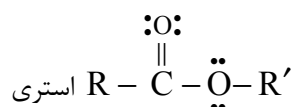
با توجه به نمودار صفحه ۱۱۰ کتاب درسی، الکل‌های ۷ کربنی یا بیشتر انحلال‌پذیری مشابه با آلکان با شمار کربن یکسان، دارند.

۶۵. گزینه ۱ درست است.

زیرا به طور خلاصه می‌توان گفت این ترکیب دارای ۹ اتم کربن است، بنابراین با سوختن هر مول از آن، ۹ مول CO_2 تولید می‌شود.

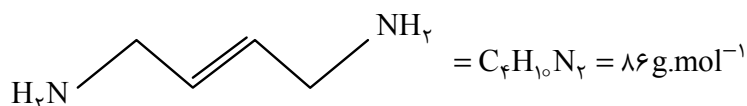
۶۶. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:



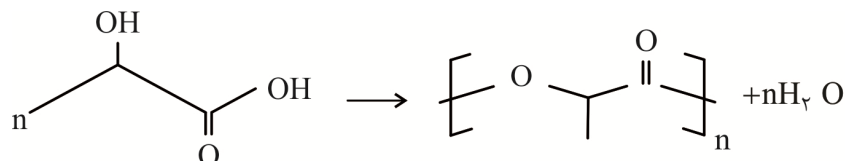
۶۷. گزینه ۲ درست است.

زیرا داریم:

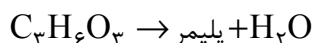


۶۸. گزینه ۳ درست است.

زیرا داریم:



در نتیجه یک مول آب هم تولید می شود و داریم:



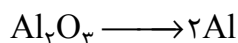
$$90 \text{ g} - 18 = 72 \text{ g} \text{ پلیمر}$$

۶۹. گزینه ۴ درست است.

زیرا داریم:

$$\text{Al}_2\text{O}_3 \text{ جرم} = 1000 \text{ g} \times \frac{38}{100} = 380 \text{ g}$$

و به طور خلاصه داریم:



$$\begin{array}{c|c} 102 \text{ g Al}_2\text{O}_3 & 2 \times 27 \times \frac{100}{100} \\ \hline 380 \text{ g Al}_2\text{O}_3 & x \end{array}$$

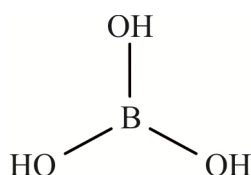
$$x = 161 \text{ g Al}$$

۷۰. گزینه ۱ درست است.

زیرا SiO_2 هم مانند الماس ساختار سه بعدی دارد و در ساختار SiO_2 ، اتم های اکسیژن جفت الکترون ناپیوندی دارند.

۷۱. گزینه ۳ درست است.

زیرا ساختار H_3BO_3 به صورت مقابل است و ناقطبی است.



۷۲. گزینه ۲ درست است.

زیرا عنصرهای با عدد اتمی ۲۱ و ۳۱ فلز هستند و کاتیون تولید می کنند.

۷۳. گزینه ۴ درست است.

زیرا Z یک فلز سه ظرفیتی است و A هم گروه X ولی شعاع یونی کمتری دارد و ترکیب حاصل ZA_3 است.

۷۴. گزینه ۱ درست است.

زیرا در یک گروه با افزایش عدد اتمی، تفاوت آنتالپی فروپاشی، کمتر می شود. (شکل صفحه ۸۰ کتاب درسی)

۷۵. گزینه ۴ درست است.

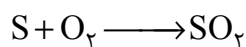
۷۶. گزینه ۳ درست است.

زیرا این ماده در آب اندکی هیدرولیز شده و H^+ تولید می کند که هدایت الکتریکی را برقرار می کند.

۷۷. گزینه ۱ درست است.

زیرا داریم:

$$S_{\text{جرم}} = 1000g \times \frac{4000mg}{1000g} = 4g$$



$$\begin{array}{r|l} 32gS & 22.4L SO_2 \\ \hline 4gS & x \end{array}$$

$$x = 2.8L SO_2$$

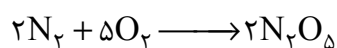
۷۸. گزینه ۲ درست است.

زیرا انرژی فعال‌سازی این واکنش ۸ واحد و ΔH آن ۶ واحد است.

۷۹. گزینه ۲ درست است.

زیرا اکسیژن لازم برای این واکنش‌ها از تجزیه NO به دست می‌آید ولی در خروجی آن CO_2 وجود دارد که یک گاز گلخانه‌ای است.

۸۰. گزینه ۴ درست است.



$$[N_2] = \frac{2\text{mol}}{5L} = 0.4\text{mol.L}^{-1}$$

$$[O_2] = \frac{5\text{mol}}{5L} = 1\text{mol.L}^{-1}$$

$$[N_2O_5] = \frac{0.2\text{mol}}{5L} = 0.04\text{mol.L}^{-1}$$

$$K = \frac{[N_2O_5]^2}{[N_2]^2 \times [O_2]^5} = \frac{(0.04)^2}{(0.4)^2 \times 1^5} = 0.01\text{mol}^{-5}.\text{L}^5$$



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کاکلنان
سازمان نخب آموزش کشور

یک گام جلوتر

از دیگران باشید!

۲ نوبت آزمون جامع



۲ نوبت آزمون جامع



۴ نوبت آزمون جامع



همین حالا ثبت نام کن
sanjeshserv.ir

آزمون های آزمایشی
جامع سنجش



sanjesheducationgroup

sanjeshserv

۰۲۱-۴۲۹۶۶

ثبت نام گروهی دبیرستان ها ۰۲۱-۸۸۸ ۴۴ ۷۹۱-۳