



آزمون ۱۴ از ۱۴



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.
امام خمینی (ره)

پاسخ تشریحی آزمون آزمایشی سنجش دوازدهم - جامع نوبت چهارم (۱۴۰۲/۰۳/۲۶)

علوم ریاضی و فنی (دوازدهم)

کارنامه آزمون، عصر روز برگزاری آن از طریق سایت اینترنتی زیر قابل مشاهده می باشد:

www.sanjeshserv.ir

مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی

به منظور فراهم نمودن زمینه ارتباط مستقیم مدیران، مشاوران و دبیران محترم دبیرستان ها و مراکز آموزشی همکار در امر آزمون های آزمایشی سنجش و بهره مندی از نظرات ارزشمند شما عزیزان در خصوص این آزمون ها ، آدرس پست الکترونیکی test@sanjeshserv.com معرفی می گردد. از شما عزیزان دعوت می شود، دیدگاه های ارزشمند خود را از طریق آدرس فوق با مدیر تولیدات علمی و آموزشی این مجموعه در میان بگذارید.



@sanjesheducationgroup



@sanjeshserv

کانال های ارتباطی:

ویژه پایه دوازدهم

ریاضیات

۱. گزینه ۱ درست است.

به طول نقاط A و B و C توجه کنید:

$$a_2 - a_1, a_3 - a_2, a_4 - a_3$$

تفاضل جملات متوالی از دنباله درجه دو a_n هستند، پس با یکدیگر، تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند. می‌دانیم که در تابع نمایی، اگر ورودی‌ها «X» تشکیل دنباله حسابی دهند، خروجی‌های «Y» متناظر، تشکیل دنباله هندسی می‌دهند. حالا به عرض نقاط A و B و C توجه کنید:

$$\log_{\alpha}^{(-\alpha+10)}, \sqrt{2}, \log_{(\alpha+2)}^{\alpha}$$

طبق آن چه در بالا گفتیم، این مقادیر، باید تشکیل یک دنباله هندسی دهند. پس جمله وسط، واسطه هندسی بین جملات کناری است، یعنی:

$$(\sqrt{2})^2 = \log_{\alpha}^{(-\alpha+10)} \times \log_{(\alpha+2)}^{\alpha} \xrightarrow{\log_b^a = \frac{\log a}{\log b}} 2 = \frac{\log(-\alpha+10)}{\log \alpha} \times \frac{\log \alpha}{\log(\alpha+2)}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{\log(-\alpha+10)}{\log(\alpha+2)} \Rightarrow 2 = \log_{(\alpha+2)}^{(-\alpha+10)} \xrightarrow{\text{تعریف لگاریتم}} (\alpha+2)^2 = -\alpha+10$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + 4\alpha + 4 = -\alpha + 10 \Rightarrow \alpha^2 + 5\alpha - 6 = 0 \Rightarrow \alpha = -6, 1$$

اگر مقادیر به دست آمده برای α را در $\log_{\alpha}^{(-\alpha+10)}$ و $\log_{(\alpha+2)}^{\alpha}$ چک کنیم، متوجه می‌شویم که هر دو مقدار به دست آمده، غیرقابل قبول است.

۲. گزینه ۲ درست است.

برای آن که این تابع، با محور X ها فقط در یک نقطه تلاقی کند، باید معادله $f(x) = 0$ فقط دارای یک ریشه باشد:

$$(x+1)(2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m+2) = 0$$

با توجه به اینکه $x = -1$ قطعاً یک جواب این معادله می‌باشد، پس عبارت درجه دوم $2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m+2$ یا باید فاقد ریشه باشد یا اینکه دارای ریشه تکراری $x = -1$ باشد:

$$\Delta < 0 \Rightarrow (m+1)^2 - 4(2)(\frac{1}{2}m+2) < 0 \Rightarrow (m+1)^2 - (4m+16) < 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 15 < 0 \Rightarrow -3 < m < 5$$

$$2x^2 + (m+1)x + \frac{1}{2}m+2 = 0 \xrightarrow{x=-1} 2 - m - 1 + \frac{1}{2}m+2 = 0 \Rightarrow 3 = \frac{m}{2} \Rightarrow m = 6$$

با قرار دادن $m = 6$ ، عبارت درجه دوم مورد نظر به صورت $2x^2 + 7x + 5$ خواهد بود که به جز ریشه $x = -1$ ، یک

ریشه $x = \frac{-5}{2}$ نیز دارد. پس $m = 6$ غیرقابل قبول بوده و مقادیر m برابر است با: $(-3, 5)$

با توجه به اینکه m عدد ظاهر شده در پرتاب تاس است، $m = 1, 2, 3, 4$ قابل قبول است که با احتمال $\frac{4}{6}$ یا $\frac{2}{3}$ اتفاق می‌افتد.

۳. گزینه ۲ درست است.

چون $\alpha + 1$ و $\beta + 1$ ریشه‌های معادله $x^2 - 6x + 7 = 0$ هستند. داریم:

$$\begin{cases} S = \text{جمع ریشه‌ها} = 6 \Rightarrow (\alpha + 1) + (\beta + 1) = 6 \Rightarrow \alpha + \beta = 4 \\ P = \text{ضرب ریشه‌ها} = 7 \Rightarrow (\alpha + 1)(\beta + 1) = 7 \Rightarrow \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = 7 \xrightarrow{\alpha + \beta = 4} \alpha\beta = 2 \end{cases}$$

بنابراین $\alpha = \frac{2}{\beta}$ و $\beta = \frac{2}{\alpha}$ هستند، پس داریم:

$$\begin{cases} \frac{2^\alpha \alpha^\beta}{\beta^\alpha} = \frac{2^\alpha \alpha^\beta}{(\frac{2}{\alpha})^\alpha} = \alpha^\alpha \alpha^\beta = \alpha^{\alpha+\beta} = \alpha^4 \\ \frac{2^\beta \beta^\alpha}{\alpha^\beta} = \frac{2^\beta \beta^\alpha}{(\frac{2}{\beta})^\beta} = \beta^\alpha \times \beta^\beta = \beta^{\alpha+\beta} = \beta^4 \end{cases}$$

بنابراین حاصل عبارت خواسته شده برابر است با:

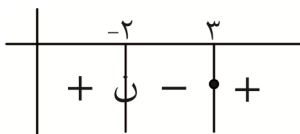
$$\begin{aligned} \alpha^4 + \beta^4 &= (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2 = ((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta)^2 - 2(\alpha\beta)^2 \xrightarrow[\alpha\beta=2]{\alpha+\beta=4} \\ &= (4^2 - 2(2))^2 - 2(2)^2 = 144 - 8 = 136 \end{aligned}$$

۴. گزینه ۲ درست است.

برای تعیین دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\frac{(x-a)^4(x-b)}{x-c}}$ داریم:

$$\frac{(x-a)^4(x-b)}{x-c} \geq 0$$

می‌دانیم که مجموعه جواب این تعیین علامت به صورت زیر درآمده است:



چون $(x-a)^4$ همواره نامنفی است، حتماً ریشه $x = 3$ مربوط به پرانتز $(x-b)$ در صورت است، ریشه $x = -2$ نیز مربوط به پرانتز $(x-c)$ در مخرج است. یعنی:

$$\begin{cases} b = 3 \\ c = -2 \end{cases}$$

از طرفی ریشه $x = a$ باید به این مجموعه جواب اضافه شود، یعنی مثلاً اگر $a = 1$ باشد، مجموعه جواب به صورت $\{1\} \cup (-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$ می‌شود، از آنجا که چنین اتفاقی رخ نداده، $x = a$ یا ریشه مخرج است یا در مجموعه جواب داده شده موجود بوده و نیازی به اضافه کردن آن نبوده، یعنی:

$$a \leq -2 \text{ یا } 3 \leq a$$

پس a ، مقدار صحیح -1 و 0 و 1 و 2 را نمی‌تواند اختیار کند.

۵. گزینه ۲ درست است.

مقادیر $f(2)$ و $f(f(2))$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} f(x) = \log_v^x \\ f(2) = \log_v^2 \\ f(f(2)) = f(\log_v^2) = \log_v^{(\log_v^2)} \end{cases}$$

حالا با استفاده از خاصیت $\frac{\log_c^a}{\log_c^b} = \log_b^a$ داریم:

$$\frac{f(f(2))}{f(2)} = \frac{\log_v^{(\log_v^2)}}{\log_v^2} = \log_2^{(\log_v^2)}$$

و نهایتاً با استفاده از خاصیت $a^{\log_a^b} = b$ داریم:

$$\frac{f(f(2))}{f(2)} = 2^{\log_2^{(\log_v^2)}} = \log_v^2 = f(2)$$

۶. گزینه ۳ درست است.

با توجه به حضور زوج مرتب‌های $(1, a-1)$ و $(3, 6)$ در تابع اکیداً نزولی f ، واضح است که:

$$a-1 > 6 \Rightarrow \boxed{a > 7} \quad I$$

با توجه به حضور زوج مرتب‌های $(a+2, 5)$ و $(3, 6)$ در تابع اکیداً نزولی f ، واضح است که:

$$a+2 > 3 \Rightarrow \boxed{a > 1} \quad II$$

حالا زوج‌های مرتب $(a+2, 5)$ و $(1, a-1)$ را ببینید. با توجه به نامساوی‌های I و II در بالا، قطعاً $a+2 > 1$ است و داریم:

$$1 < a+2 \Rightarrow f(1) > f(a+2) \Rightarrow a-1 > 5 \Rightarrow a > 6$$

اشتراک این ناحیه با نواحی I و II برابر است با: $\boxed{a > 7}$ و $[a]$ می‌تواند مقادیر ۷، ۸ و ۹ ... باشد، یعنی شامل شش عدد طبیعی ۱، ۲، ... و ۶ نیست.

۷. گزینه ۳ درست است.

در تابع هموگرافیک $y = \frac{x-1}{2x-1}$ ، از آنجا که ضریب x در صورت و عدد ثابت در مخرج، قرینه یکدیگرند، این تابع با وارونش برابر است. پس برای محاسبه $f(f(-2))$ می‌توان نوشت:

$$f(f(-2)) = f^{-1}(f(-2)) = -2$$

پس داریم:

$$h(\underbrace{g(f(f(-2))))}_{-2}) = h(g(-2))$$

حالا برای محاسبه $g(-2)$ کافی است در تساوی $h^{-1}(x) = g(3x-5)$ ، $x=1$ را جایگذاری کنیم:

$$h^{-1}(1) = g(-2)$$

پس داریم:

$$h(g(-2)) = h(h^{-1}(1)) = 1$$

۸. گزینه ۱ درست است.

ابتدا معادله مثلثاتی داده شده را حل می‌کنیم:

$$\tan \Delta \alpha = -\cot 3\alpha \Rightarrow \tan \Delta \alpha = \tan\left(\frac{\pi}{2} + 3\alpha\right) \Rightarrow \Delta \alpha = k\pi + \left(\frac{\pi}{2} + 3\alpha\right) \Rightarrow$$

$$3\alpha = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

چون $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ است، $\alpha = \frac{\pi}{6}$ قابل قبول می‌باشد.

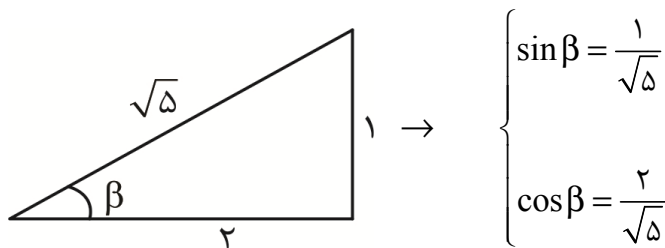
حالا معادله خط L گذرنده از نقاط $(0, -3)$ و $(2, -2)$ را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} m = \frac{-2 - (-3)}{2 - 0} = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}x - 3 \\ h = -3 \end{cases}$$

می‌دانیم که شیب این خط، برابر با $\tan$ زاویه‌ای است که با جهت مثبت محور X ها می‌سازد، پس:

$$\tan \beta = \frac{1}{2}$$

با رسم یک مثلث قائم الزاویه فرضی که در آن $\tan \beta = \frac{1}{2}$ است، داریم:



نهایتاً حاصل $\cos(9\alpha + \beta)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\cos(9\alpha + \beta) \xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{6}} = \cos\left(\frac{9\pi}{6} + \beta\right) = \cos\left(3\pi + \frac{\pi}{6} + \beta\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6} + \beta\right)$$

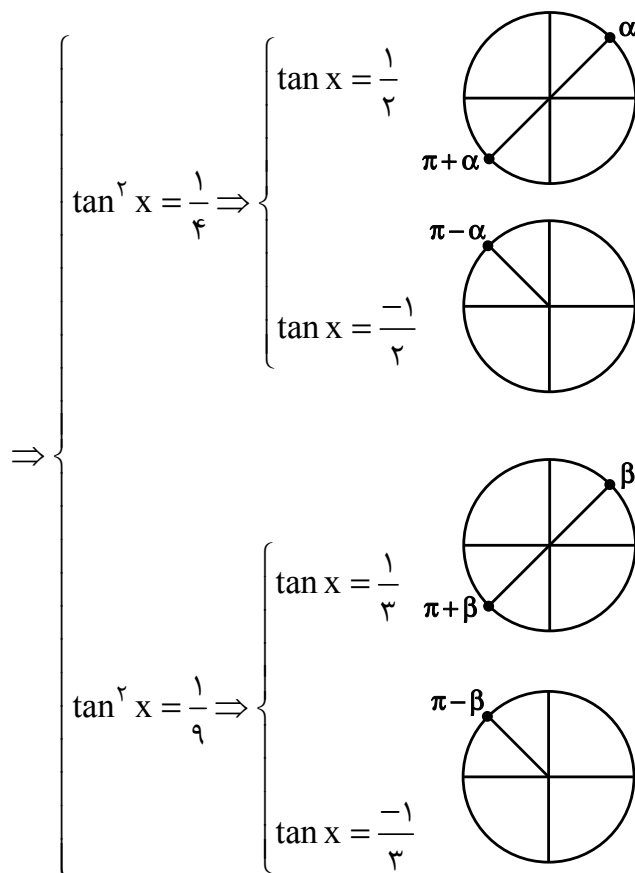
$$= \cos \frac{\pi}{6} \cos \beta - \sin \frac{\pi}{6} \sin \beta \xrightarrow{\substack{\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \cos \beta = \frac{2}{\sqrt{5}}}}$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right) - \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{10}$$

۹. گزینه ۱ درست است.

با تغییر متغیر $\tan^2 x = t$ داریم:

$$36t^2 - 13t + 1 = 0 \longrightarrow t = \frac{1}{4}, \frac{1}{9}$$



مجموع ۶ جواب فوق برابر است با:

$$\alpha + (\pi + \alpha) + (\pi - \alpha) + \beta + (\pi + \beta) + (\pi - \beta) = 4\pi + \alpha + \beta$$

حالا باید $\alpha + \beta$ را به دست بیاوریم. از $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ و $\tan \beta = \frac{1}{3}$ استفاده می کنیم:

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - (\frac{1}{2})(\frac{1}{3})} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = 1 \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$$

پس مجموع جوابها برابر است با:

$$\text{مجموع جوابها} = 4\pi + \alpha + \beta = 4\pi + \frac{\pi}{4} = \frac{17\pi}{4}$$

۱۰. گزینه ۳ درست است.

در ابتدا دقت کنید که طبق رابطه $f \circ f^{-1}(x) = x$ ، صورت کسر به صفر میل می‌کند:

$$f \circ f^{-1}(4) - 4 = 4 - 4 = 0$$

حالا چون حاصل حد برابر با عدد $\sqrt{2}$ شده، پس مخرج کسر هم باید به صفر میل کند، یعنی:

$$f^{-1}(12) - 5 = 0 \Rightarrow f^{-1}(12) = 5 \Rightarrow f(5) = 12$$

با توجه به تابع $g^{-1} \circ f$ داده شده، می‌دانیم:

$$(g^{-1} \circ f)(5) = 13 \Rightarrow g^{-1}(f(5)) = 13 \xrightarrow{f(5)=12} g^{-1}(12) = 13 \Rightarrow g(13) = 12$$

۱۱. گزینه ۳ درست است.

با توجه به نمودار تابع $y = (2 + \sin x)f(x)$ در همسایگی راست $x = 0$ ، واضح است که $\lim_{x \rightarrow 0^+} (2 + \sin x)f(x) = 4$

حالا دقت کنید:

اولاً مقادیر این تابع در همسایگی راست $x = 0$ کمتر از ۴ است (4^-).
ثانیاً می‌دانیم که $\lim_{x \rightarrow 0} (2 + \sin x) = 2$ و البته مقادیر تابع $2 + \sin x$ در همسایگی راست $x = 0$ ، مقادیری بیشتر از ۲ است (2^+).
پس نتیجه می‌شود که تابع $f(x)$ در همسایگی راست $x = 0$ مقادیر کمتر از ۲ دارد (2^-).
نهایتاً داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{2 + \sin x}{2 - f(x)} \right) = \frac{2}{2 - 2^-} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

۱۲. گزینه ۲ درست است.

این تابع به ازای کلیه مقادیر a ، حتماً دارای مجانب افقی $y = \frac{x^3}{4x^3} = \frac{1}{4}$ هست. پس برای آن در کل دارای دو مجانب باشد، باید فقط یک مجانب قائم داشته باشد.

دو حالت امکان پذیر است:

الف) مخرج فقط یک ریشه داشته باشد، یعنی ریشه عامل $(x + a)$ همان ریشه عامل $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$ باشد:

$$-a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

این حالت منتفی است! چون در این صورت مخرج فقط دارای یک ریشه است و فقط در همین یک نقطه ناپیوسته می‌شود که با فرض تست در تناقض است.

ب) صورت و مخرج کسر دارای ریشه مشترک باشند تا عامل $(x + a)$ تولید مجانب قائم دیگری نکند. برای این منظور ریشه‌های صورت را پیدا می‌کنیم:

واضح است که $x = -1$ صورت کسر را صفر کرده و ریشه است. بنابراین حتماً عامل $x + 1$ در آن وجود دارد، با تقسیم آن $(x + 1)$ ، عوامل دیگر آن هم مشخص می‌شوند:

$$(x + 1)(x^2 - 4) : \text{صورت کسر}$$

پس صورت کسر دارای سه ریشه ۲ و -۲ و -۱ است و ریشه عامل $(x+a)$ می‌تواند هر کدام از آنها باشد:

$$-a = -1 \text{ یا } -2 \text{ یا } 2 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } 2 \text{ یا } -2 \longrightarrow \text{مجموع مقادیر ممکن} = 1$$

۱۳. گزینه ۴ درست است.

می‌دانیم که به ازای هر عدد حقیقی X داریم:

$$f(x-2) - f(x+4) = 0 \Rightarrow f(x-2) = f(x+4) \xrightarrow{x-2=X} f(X) = f(X+6)$$

پس تابع f متناوب با دوره تناوب ۶ است.

حالا برای محاسبه $g'(3)$ ، ابتدا از طرفین رابطه داده شده مشتق می‌گیریم:

$$\begin{aligned} g(3x+1) &= f(3-2x) - 2f\left(-x - \frac{29}{3}\right) + \frac{x}{2} \\ \rightarrow 3g'(3x+1) &= -2f'(3-2x) + 2f'\left(-x - \frac{29}{3}\right) + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

برای رسیدن به $g'(3)$ لازم است:

$$3x+1=3 \Rightarrow x=\frac{2}{3}$$

با جایگذاری $x = \frac{2}{3}$ در رابطه اخیر داریم:

$$3g'(3) = -2f'\left(\frac{5}{3}\right) + 2f'\left(\frac{-31}{3}\right) + \frac{1}{2}$$

از طرفی تابع f متناوب با دوره تناوب ۶ است، پس $f(x) = f(x+6)$ است، یعنی مثلاً:

$$f\left(\frac{-31}{3}\right) = f\left(\frac{-13}{3}\right) = f\left(\frac{5}{3}\right) = \dots$$

پس $f\left(\frac{-31}{3}\right) = f\left(\frac{5}{3}\right)$ و از آنجا که تابع f متناوب است، شیب خط مماس بر منحنی f در نقاط $x = \frac{5}{3}$ و $x = \frac{-31}{3}$ هم

برابر است، به عبارتی $f'\left(\frac{-31}{3}\right) = f'\left(\frac{5}{3}\right)$ است و داریم:

$$3g'(3) = \cancel{-2f'\left(\frac{5}{3}\right)} + \cancel{2f'\left(\frac{-31}{3}\right)} + \frac{1}{2} \Rightarrow g'(3) = \frac{1}{6}$$

۱۴. گزینه ۴ درست است.

از $f(x-1) = x - \sqrt{x}$ نتیجه می‌شود:

$$f^{-1}(x - \sqrt{x}) = x - 1$$

قسمت اول:

می‌دانیم آهنگ متوسط تغییرات $f^{-1}(x)$ در بازه $[0, 6]$ برابر است با:

$$\frac{f^{-1}(6) - f^{-1}(0)}{6 - 0}$$

برای پیدا کردن $f^{-1}(6)$ از رابطه $f^{-1}(x - \sqrt{x}) = x - 1$ لازم است که:

$$x - \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x = 9$$

با جایگذاری $x = 9$ در رابطه $f^{-1}(x - \sqrt{x}) = x - 1$ داریم:

$$f^{-1}(6) = 8$$

به طریق مشابه برای پیدا کردن $f^{-1}(0)$ لازم است که:

$$x - \sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 1$$

با جایگذاری $x = 1$ در رابطه $f^{-1}(x - \sqrt{x}) = x - 1$ داریم:

$$f^{-1}(0) = 0$$

پس آهنگ متوسط برابر است با:

$$\frac{f^{-1}(6) - f^{-1}(0)}{6 - 0} = \frac{8 - 0}{6 - 0} = \frac{4}{3}$$

قسمت دوم:

با مشتق گرفتن از طرفین رابطه $f^{-1}(x - \sqrt{x}) = x - 1$ داریم:

$$(x - \sqrt{x})'(f^{-1}(x - \sqrt{x}))' = 1 \Rightarrow (1 - \frac{1}{2\sqrt{x}})(f^{-1}(x - \sqrt{x}))' = 1$$

می‌دانیم که آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f^{-1}(x)$ در نقطه $x = 2$ ، همان $(f^{-1})'(4)$ است، پس لازم است که:

$$x - \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

با جایگذاری $x = 4$ در رابطه آخر داریم:

$$(1 - \frac{1}{4})(f^{-1})'(2) = 1 \Rightarrow \frac{3}{4}(f^{-1})'(2) = 1 \Rightarrow (f^{-1})'(2) = \frac{4}{3}$$

پس آهنگ لحظه‌ای در این نقطه برابر با $\frac{4}{3}$ است و مجموع مقادیر آهنگ متوسط و آهنگ لحظه‌ای خواسته شده برابر است با:

$$\frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$$

۱۵. گزینه ۴ درست است.

برای آن که $x = -2$ طول نقطه عطف تابع f باشد، باید:

اولاً: f در $x = -2$ پیوسته باشد:

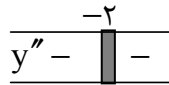
$$f(-2) = \lim_{x \rightarrow -2}^+ f(x) = \lim_{x \rightarrow -2}^- f(x) \Rightarrow 4a - 2b + 4 = -6 \Rightarrow 4a - 2b = -10 \Rightarrow \boxed{2a - b = -5}$$

ثانیاً: f در $x = -2$ دارای مماس واحد باشد، یعنی:

$$\left\{ \begin{array}{l} f'(-2) = 2ax + b \xrightarrow{x=-2} = -4a + b \\ f'(-2) = 3x^2 - 1 \xrightarrow{x=-2} = 11 \end{array} \right\} \rightarrow -4a + b = 11$$

فعالاً با حل دو معادله اخیر، به $\begin{cases} a = -3 \\ b = -1 \end{cases}$ می‌رسیم. اما دقت کنید! هنوز شرط سوم یعنی تغییر تقعر تابع f یا همان تغییر علامت f'' در نقطه عطف را بررسی نکرده‌ایم:

$$\begin{cases} f''(-2) = 2a = -6 \\ f''(-2) = 6x \xrightarrow{x=-2} = -12 \end{cases}$$



همانطور که می‌بینید f'' در این نقطه، تغییر علامت نمی‌دهد و این نقطه نمی‌تواند، نقطه عطف تابع f باشد، پس هیچ مقداری برای a و b وجود ندارد و $b - a \in \emptyset$ است.

۱۶. گزینه ۴ درست است.

چون $f(x)$ بر عبارت $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ بخش پذیر است، پس بر عوامل آن یعنی $(x-1)$ و $(x-2)$ نیز بخش پذیر می‌باشد. یعنی می‌توان ضابطه آن را به صورت زیر در نظر گرفت:

$$f(x) = 2(x-1)(x-2)(x-\alpha)$$

از طرف دیگر، می‌دانیم که در نقطه عطف یک تابع، خط مماس بر منحنی از روی منحنی عبور می‌کند، پس در اینجا $x=0$ طول نقطه عطف تابع است و از آنجا که در تابع درجه ۳، طول نقطه عطف، میانگین ریشه‌های آن است، پس:

$$\frac{1+2+\alpha}{3} = 0 \Rightarrow \alpha = -3 \rightarrow f(x) = 2(x-1)(x-2)(x+3)$$

نهایتاً مجموع عرض نقاطی را می‌خواهیم که خط مماس بر آن‌ها افقی است، یعنی مجموع عرض نقاط اکسترمم نسبی مد نظر است.

می‌دانیم که در تابع درجه ۳:

$$y_{\min} + y_{\max} = 2y_{\text{عطف}} = 2f(0) = 2 \times 12 = 24$$

۱۷. گزینه ۳ درست است.

اگر گزاره «مسعود در کنکور رتبه زیر ۱۰۰ کسب کند» را با p و گزاره «مسعود در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته می‌شود» را با q نمایش دهیم آن‌گاه با توجه به هم ارزی منطقی $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ خواهیم داشت:

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv \sim(\sim p \vee q) \equiv p \wedge \sim q$$

بنابراین نقیض گزاره شرطی موردنظر به صورت «مسعود در کنکور رتبه زیر ۱۰۰ کسب می‌کند و در رشته مهندسی برق دانشگاه تهران پذیرفته نمی‌شود» است.

۱۸. گزینه ۴ درست است.

$$[A \cup (A \cap B)] \cup [B \cap (A \cup B)] \xrightarrow{\text{قانون جذب}} A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B$$

$$B' - A' = B' \cap (A')' = B' \cap A = A \cap B' = A - B$$

$$A - B = \{x : x \in A, x \notin B\}, \quad A \subseteq B \Rightarrow A - B = \emptyset$$

۱۹. گزینه ۴ درست است.

براساس قانون ضرب احتمال برای ۳ پیشامد خواهیم داشت.

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B|A)P(C|A \cap B)$$

بنابراین احتمال مطلوب برابر است با:

$$0,1 \times 0,4 \times 0,6 = 0,024$$

۲۰. گزینه ۳ درست است.



براساس شرایط مسئله می‌توانیم فرض کنیم که ظرف جدیدی شامل ۳ مهره از ظرف A، دو مهره از ظرف B و تمام مهره‌های ظرف C داریم:



ظرف جدید

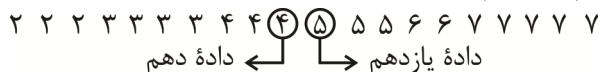
بنابراین براساس قانون بیز خواهیم داشت:

$$P(\text{قرمز} | \text{مهره از ظرف A}) = \frac{P(\text{از ظرف A و قرمز})}{P(\text{قرمز})} = \frac{\frac{3}{9} \times \frac{3}{8}}{(\frac{3}{9} \times \frac{3}{8}) + (\frac{2}{9} \times \frac{3}{6}) + (\frac{4}{9} \times \frac{1}{4})}$$

$$= \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}} = \frac{\frac{9}{72}}{\frac{25}{72}} = \frac{9}{25} = 0.36$$

۲۱. گزینه ۲ درست است.

تعداد کل داده برابر ۲۰ است بنابراین میانه، میانگین داده‌های دهم و یازدهم است:

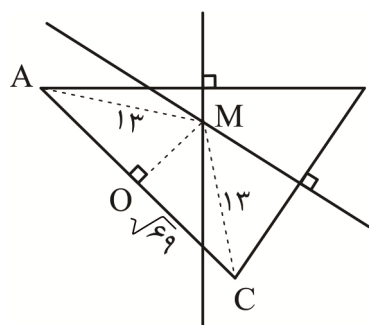


$$\text{میانه} = \frac{4+5}{2} = 4.5$$

$$\text{میانگین} = \frac{(3 \times 2) + (4 \times 3) + (3 \times 4) + (3 \times 5) + (2 \times 6) + (5 \times 7)}{20} = \frac{92}{20} = 4.6$$

$$\Rightarrow 4.6 - 4.5 = 0.1$$

۲۲. گزینه ۲ درست است.



نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها از سه راس مثلث ABC به یک فاصله است بنابراین

$MC = MA = 13$. با توجه به شکل، مثلث MOC قائم‌الزاویه است. بنا به

رابطه فیثاغورس در مثلث MOC داریم:

$$MO^2 = MC^2 - OC^2 = 100 \Rightarrow MO = 10$$

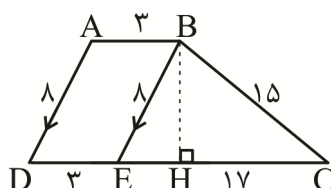
$$\frac{1}{2} \times AC \times MO = 10 \times \sqrt{69}$$

پس مساحت مثلث MAC برابر است با:

۲۳. گزینه ۱ درست است.

دوزنق ABCD یک چهارضلعی محیطی است بنابراین

$$AB + CD = BC + AD \Rightarrow 3 + 20 = 15 + AD \Rightarrow AD = 8$$



با توجه به شکل مقابل مثلث BCE مثلثی قائم‌الزاویه است زیرا $8^2 + 15^2 = 17^2$

بنابراین اندازه ارتفاع BH در این مثلث برابر با $\frac{15 \times 8}{17}$ خواهد بود.

از طرفی BH ارتفاع دوزنقه نیز است اندازه شعاع دایره محاطی دوزنقه از رابطه $r = \frac{S}{p}$ که در آن S مساحت دوزنقه و p

نصف محیط دوزنقه است به دست می‌آید. بنابراین:

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{15 \times 8}{17} \times (20 + 3)}{\frac{1}{2} \times (3 + 15 + 20 + 8)} = \frac{15 \times 8 \times 23}{17 \times 46} = \frac{15 \times 4}{17} = \frac{60}{17}$$

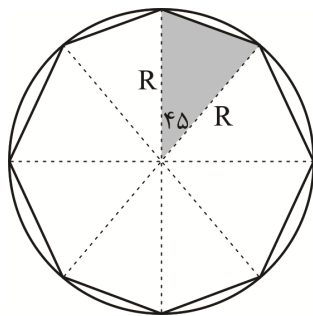
۲۴. گزینه ۴ درست است.

گزینه ۴، گزاره‌ای نادرست است. بیان درست این قضیه به صورت زیر است:

«اگر خطی بر دو خط متقاطع از یک صفحه عمود باشد آنگاه آن خط بر آن صفحه عمود است.»

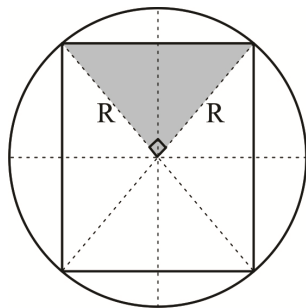
۲۵. گزینه ۳ درست است.

اگر نقاط برخورد قطرها با دایره‌ها را به طور متوالی به هم وصل کنیم یک هشت ضلعی منتظم به وجود می‌آید که مساحت آن برابر است با:



$$S_1 = 8 \times \left(\frac{1}{2} \times R \times R \times \sin 45^\circ \right) = 8 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 32\sqrt{2}$$

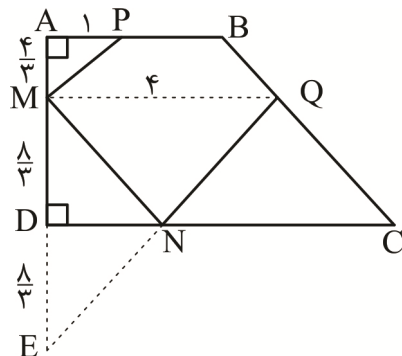
اگر نقاط برخورد قطرها با دایره‌ها را یک در میان به هم وصل کنیم یک مربع وجود می‌آید که مساحت آن برابر است با:



$$S_2 = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times R \times R \times \sin 90^\circ \right) = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 1 \right) = 32$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{32\sqrt{2}}{32} = \sqrt{2}$$

۲۶. گزینه ۲ درست است.



$$\frac{AM}{AD} = \frac{BQ}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow MQ \parallel DC$$

از نقطه A قطر AC را رسم می‌کنیم با دوار نوشتن قضیه تالس به نتیجه زیر می‌رسیم.

$$MQ \parallel DC \Rightarrow MQ = \frac{2AB + CD}{3} = \frac{2 \times 3 + 1 \times 6}{3} = 4$$

$$PM = \sqrt{1 + \frac{16}{9}} = \frac{5}{3}, \quad EQ = \sqrt{ME^2 + MQ^2} = \sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2 + 4^2} = \frac{20}{3}$$

$$PM + MN + NQ = PM + EQ = \frac{5}{3} + \frac{20}{3} = \frac{25}{3}$$

۲۷. گزینه ۱ درست است.

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} \Rightarrow \frac{\sin A}{\sin B} = \frac{a}{b}$$

بنا به قضیه سینوس:

$$a \sin B = (4b^2 - 5) \sin A \Rightarrow a = (4b^2 - 5) \frac{\sin A}{\sin B} \Rightarrow a = (4b^2 - 5) \frac{a}{b}$$

$$\Rightarrow 4b^2 - b - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = -1 \\ b = \frac{5}{4} \end{cases}$$

۲۸. گزینه ۴ درست است.

$$\begin{cases} 2m - 1 = 3 \rightarrow m = 2 \\ n - 1 = 0 \rightarrow n = 1 \\ k + 2 = 0 \rightarrow k = -2 \end{cases} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 10$$

$$|-2|B^{-1}|B^T| = (-2)^3 \frac{1}{|B|^3} |B|^T = \frac{-8}{|B|} = \frac{-8}{10} = -0.8$$

۲۹. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} (k-1)x - 2y = 3 \\ 2x - 2ky = k+4 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'} \Rightarrow \frac{k-1}{2} = \frac{-2}{-2k} \neq \frac{3}{k+4} \Rightarrow$$

$$k^2 - k - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = -1 \Rightarrow \frac{-2}{2} = \frac{-2}{2} \neq \frac{3}{3} \\ k = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \neq \frac{3}{6} \end{cases} \Rightarrow k = -1$$

۳۰. گزینه ۳ درست است.

$$AB = AC = 2\sqrt{2}, BC = 4 \Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$$

مثلث ABC یک مثلث قائم الزاویه است، مرکز دایره محیطی مثلث نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها است و این نقطه در مثلث قائم الزاویه وسط وتر است. شعاع دایره محیطی مثلث نصف ضلع BC است یعنی:

$$R = \frac{BC}{2} = 2$$

بنابراین مساحت دایره برابر با $S = 4\pi$ است.

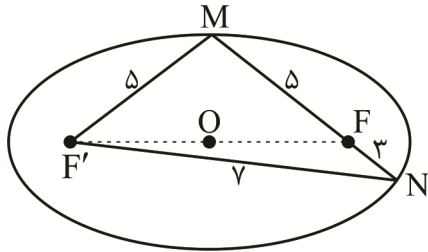
مساحت مثلث برابر است با:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{8} \times \sqrt{8} = 4$$

پس مساحت بین دایره و مثلث برابر است با:

$$4\pi - 4 = 4(\pi - 1)$$

۳۱. گزینه ۲ درست است.



$$MF + MF' = 2a = 10 \Rightarrow MF' = 5, NF + NF' = 10 \Rightarrow NF' = 7$$

بنا به قضیه استوارت در مثلث MNF'

$$FF'^2 = \frac{MF \times NF'^2 + NF \times MF'^2}{MF + NF} - MF \times NF = \frac{5 \times 49 + 3 \times 25}{5 + 3} - 5 \times 3 = 25$$

$$FF' = 5 \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 25 - \frac{25}{4} = \frac{75}{4} \Rightarrow b = \frac{5\sqrt{3}}{2}, 2b = 5\sqrt{3}$$

۳۲. گزینه ۱ درست است.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \Rightarrow 2 - m = \sqrt{2} \sqrt{1 + m^2} \cos 45^\circ \Rightarrow m = -1$$

$$\vec{b} = (2, -1, 2)$$

$$|2\vec{a} \times \vec{b}| = |(2, -2, 0) \times (2, -1, 2)| = |(-4, -4, 2)| = 6$$

۳۳. گزینه ۴ درست است.

مساحت متوازی الاضلاع بناشده توسط دو بردار $\vec{b}, \vec{c}$ برابر است با:

$$|\vec{b} \times \vec{c}| = |(-1, -1, 1)| = \sqrt{3}$$

حجم متوازی السطوح حاصل برابر است با:

$$|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = |(1, 2, -2) \cdot (-1, -1, 1)| = 5$$

طول ارتفاع وارد بر قاعده $\vec{b}, \vec{c}$ برابر است با:

$$\text{طول ارتفاع} = \frac{\text{حجم متوازی السطوح}}{\text{مساحت قاعده}} = \frac{5}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

۳۴. گزینه ۲ درست است.

$$\begin{cases} a \equiv 11 \\ a \equiv 2 \end{cases} \Rightarrow a = 27q + 2 \Rightarrow 27q + 2 \equiv 11 \Rightarrow 4q \equiv 9 \equiv 32$$

$$\Rightarrow q \equiv 8 \Rightarrow q = 23k + 8 \Rightarrow a = 27(23k + 8) + 2$$

$$\Rightarrow a = 621k + 218 \xrightarrow{k=1} a = 621 + 218 = 839$$

$$\Rightarrow 839 = (31 \times 27) + 2$$

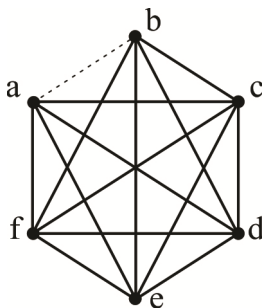
۳۵. گزینه ۱ درست است.

$$2000x + 5000y = 293000 \Rightarrow 2x + 5y = 293$$

$$\Rightarrow 5y \equiv 293 \Rightarrow y \equiv 1 \Rightarrow y = 2t + 1 \Rightarrow 2x = 293 - 5(2t + 1)$$

$$\Rightarrow 2x = -10t + 288 \Rightarrow x = -5t + 144$$

$$\begin{cases} x = -5t + 144 \geq 0 \\ y = 2t + 1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c|cccccc} t & 0 & 1 & 2 & \dots & 28 \\ \hline x & 144 & 139 & 134 & \dots & 4 \\ y & 1 & 3 & 5 & \dots & 57 \end{array} \Rightarrow 4 + 57 = 61$$



۳۶. گزینه ۴ درست است.

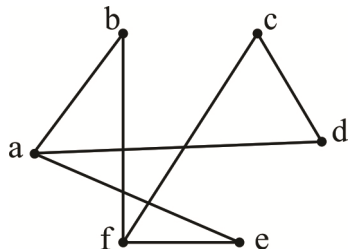
با توجه به تعداد عضوهای مجموعه‌های همسایگی بسته و باز هر رأس، درمی‌یابیم که درجه رأس‌های a و b برابر ۴ و درجه بقیه رأس‌ها برابر ۵ است. پس در این گراف همه رأس‌ها به غیر از a و b با هم مجاورند. اگر رأس‌های a و b باهم مجاور بودند، گراف موردنظر گرافی کامل بود.

تعداد دورهای به طول ۳ در گراف کامل مرتبه ۶ برابر با: $20 \times 1 = 20$ است. $\binom{6}{3} \times 1 = 20 \times 1 = 20$ است.

با حذف یال ab، تعدادی از این دورهای به طول ۳ دیگر وجود نخواهند داشت. تعداد دورهای شامل یال ab برابر با ۴ است. این دورها عبارتند از: abca, abda, abea, abfa.

بنابراین تعداد دورهای به طول ۳ در گراف موردنظر برابر با: $20 - 4 = 16$ است.

۳۷. گزینه ۲ درست است.



ابتدا مطابق شکل مقابل گرافی با ۶ رأس رسم می‌کنیم و شهرهایی که فاصله آن‌ها ۲۰ کیلومتر یا کمتر است را به هم وصل می‌کنیم.

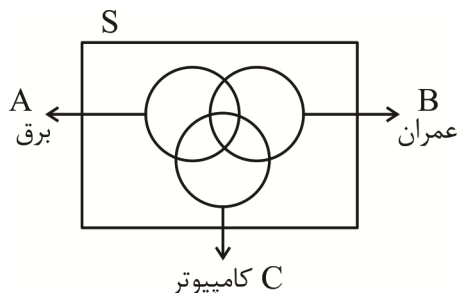
حالا باید عدد احاطه‌گری این گراف را مشخص کنیم. مجموعه‌های $\{a, c\}$, $\{a, f\}$ و $\{f, d\}$ مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم برای این گراف هستند و در نتیجه عدد احاطه‌گری این گراف برابر ۲ است.

۳۸. گزینه ۱ درست است.

تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با تعداد توابع پوشا از مجموعه ۵ عضو مهره‌ها به مجموعه ۳ عضو جعبه‌ها. تعداد توابع پوشا از مجموعه m عضو به مجموعه ۳ عضو از رابطه $3^m - 3 \times 2^m + 3$ به دست می‌آید. بنابراین تعداد توابع مطلوب برابر است با:

$$3^5 - 3 \times 2^5 + 3 = 243 - 96 + 3 = 150$$

۳۹. گزینه ۱ درست است.



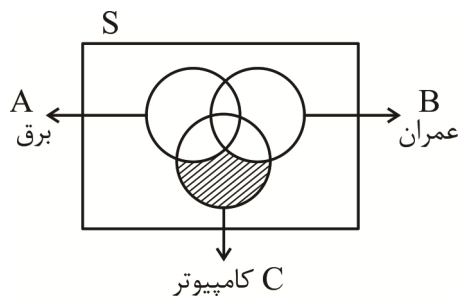
$$\begin{aligned} |S| &= 48 & |A| &= 16 & |B| &= 17 & |C| &= 20 \\ |A \cap B| &= 5 & |A \cap C| &= 6 & |B \cap C| &= 8 \\ |A' \cap B' \cap C'| &= 12 \end{aligned}$$

$$|A \cup B \cup C| = |S| - |A' \cap B' \cap C'| = 48 - 12 = 36$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$\Rightarrow 36 = 16 + 17 + 20 - 5 - 6 - 8 + |A \cap B \cap C| \Rightarrow |A \cap B \cap C| = 2$$

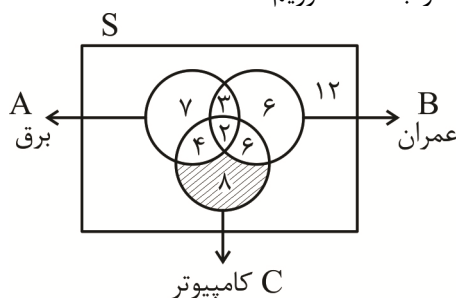
باتوجه به شکل مقابل، تعداد دانش آموزانی که فقط به رشته مهندسی کامپیوتر علاقه دارند را می توان به صورت زیر محاسبه کرد:



$$|A' \cap B' \cap C| = |C| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

$$= 20 - 6 - 8 + 2 = 8$$

البته می توانیم مطابق شکل زیر با روش عددنویسی در نمودار ون نیز جواب مسئله را به دست آوریم:



۴۰. گزینه ۳ درست است.

از هر دو عدد متوالی یکی زوج و یکی فرد است پس برای آن که یقین داشته باشیم دو عدد متوالی انتخاب شده اند باید مطمئن باشیم که تمام اعداد زوج و یک عدد فرد (یا تمام اعداد فرد و یک عدد زوج) انتخاب شده اند. اگر با انتخاب هر زیرمجموعه ۴۲ عضوی این اتفاق رخ می دهد، پس تعداد اعداد زوج (یا تعداد اعداد فرد) باید $42 - 1 = 41$ عدد باشد.

اگر n عددی فرد باشد تعداد اعداد زوج و اعداد فرد در مجموعه A باهم برابر است و خواهیم داشت:

$$\text{تعداد اعداد زوج (یا فرد)} = \frac{n - 250 + 1}{2} = 41 \Rightarrow n - 249 = 82 \Rightarrow n = 331$$

اگر n عدد زوج باشد تعداد اعداد زوج یک واحد از تعداد اعداد فرد بیشتر است و خواهیم داشت:

$$\text{تعداد اعداد زوج} = \frac{(n - 1) - 250 + 1}{2} + 1 = 41 \Rightarrow n - 250 = 80 \Rightarrow n = 330$$

پس n می تواند ۳۳۰ یا ۳۳۱ باشد و بنابراین گزینه ۳ پاسخ درست است.

فیزیک

۴۱. گزینه ۲ درست است.

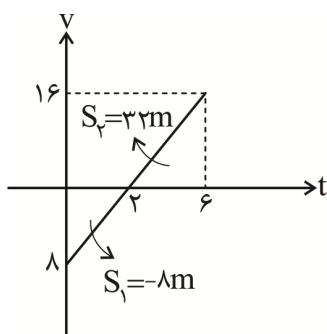
ابتدا معادله سرعت - زمان را به دست می آوریم:

$$x = 2t^2 - 8t + 4 \rightarrow v = 4t - 8$$

مساحت زیر نمودار $v - t$ نشان دهنده مسافت طی شده است.

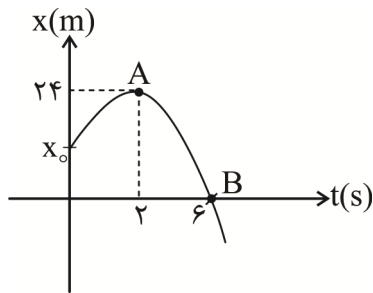
$$l = |S_1| + |S_2| = 40 \text{ m}$$

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} \text{ m/s}$$



۴۲. گزینه ۱ درست است.

نقاط A و B را در معادله مکان - زمان صدق می‌دهیم:



$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$$

$$24 = \frac{1}{2}a(2) + v_0(2) + x_0$$

$$0 = \frac{1}{2}a(6) + v_0(6) + x_0$$

در نقطه A مماس افقی است، پس سرعت صفر است.

$$v = at + v_0$$

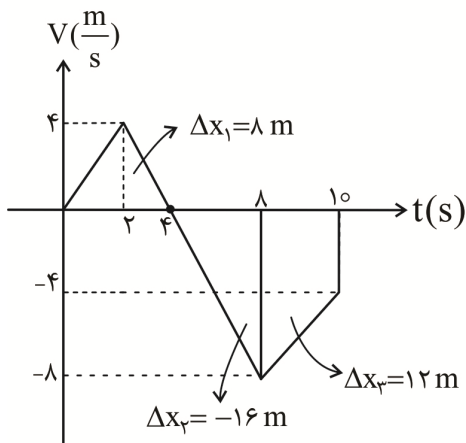
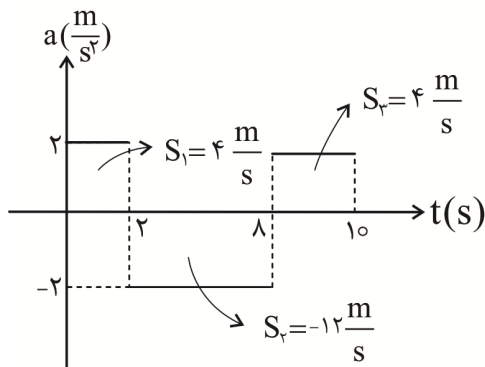
$$0 = a(2) + v_0$$

$$(x_0 = 18)$$

از حل سه معادله و سه مجهول x_0 را به دست می‌آوریم.

۴۳. گزینه ۴ درست است.

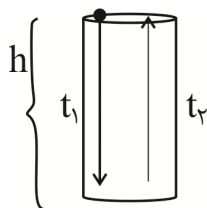
با رسم نمودار $v-t$ بهتر می‌توان حرکت جسم را بررسی کرد.



$$l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = 8 + 16 + 12 = 36 \text{ m}$$

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{36}{10} = 3.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴۴. گزینه ۳ درست است.



$$h = \Delta t_1^2$$

$$h = 32 \cdot t_2$$

سقوط آزاد سنگ

بالا آمدن صدای برخورد

$$\Delta t_1^2 = 32 \cdot t_r \rightarrow \boxed{t_1^2 = 64 t_r}$$

$$t_1 + t_r = 4/25 \rightarrow t_r = 4/25 - t_1$$

$$t_1^2 = 64(4/25 - t_1) \rightarrow t_1 = 4s$$

$$h = \Delta(4)^2 = 5 \times 16 = 80m$$

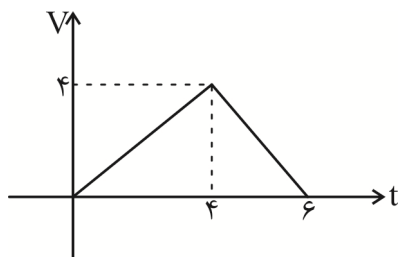
۴۵. گزینه ۳ درست است.

ابتدا شتاب را در دو سطح حساب می‌کنیم:

$$(1) \text{ سطح: } f_{k_1} = \mu_k \times N = 0.2 \times 50 = 10 \rightarrow a_1 = \frac{F_{net}}{m} = \frac{15 - 10}{5} = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$(2) \text{ سطح: } f_{k_r} = \mu_k \times N = 0.5 \times 50 = 25 \rightarrow a_r = \frac{F_{net}}{m} = \frac{15 - 25}{5} = -2 \frac{m}{s^2}$$

برای به دست آوردن مسافت طی شده می‌توان از سطح زیر نمودار (v-t) استفاده کرد.



$$\Delta x = s = \frac{6 \times 4}{2} = 12m$$

۴۶. گزینه ۲ درست است.

سال عطارد: T_1 سال زمین: T_r

$$\frac{T_1}{T_r} = \left(\frac{r_1}{r_r}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(\sqrt{\frac{r_1}{r_r}}\right)^3 = \left(\sqrt{\frac{60}{135}}\right)^3 = \left(\sqrt{\frac{4}{9}}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

$$T_1 = \frac{8}{27} \times 365 \approx 108 \text{ day}$$

البته در واقعیت این عدد ۸۸ روز است و این خطا به خاطر این است که شعاع مدار عطارد در واقعیت حدود ۵۹ میلیون کیلومتر و شعاع مدار زمین حدود ۱۵۰ میلیون کیلومتر است.

۴۷. گزینه ۳ درست است.

$$\Delta P = F_{net} \cdot \Delta t = (500 - 300) \times 20 = 4000 \frac{kgm}{s}$$

$$P_1 = 0 \rightarrow P_r = \Delta P = 4000 \frac{kgm}{s}$$

۴۸. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = 2$$

$$\left| \vec{E}_{القایی} \right| = \left| -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = \left| -N A \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \right| = \left| -1 \times 50 \times 10^{-4} \times 1 \times 2 \right| = 10^{-2} V$$

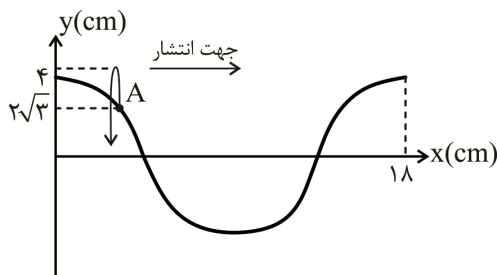
۴۹. گزینه ۴ درست است.

$$E = \frac{1}{2} K A^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times \frac{16}{100} = 8 J$$

$$K = E - u = 8 - 6 = 2 J$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 1 \times v^2 \rightarrow v^2 = 4 \rightarrow v = 2 \frac{m}{s}$$

۵۰. گزینه ۲ درست است.
ذره A یک نوسانگر است.



$$\Delta t = 4 \times \frac{T}{12} = \frac{T}{3}$$

$$\Delta x = \frac{\lambda}{3} = \frac{18}{3} = 6 \text{ cm}$$

۵۱. گزینه ۱ درست است.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1700} = 0.2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{\lambda}{4} = \frac{20}{4} = 5 \text{ cm}$$

۵۲. گزینه ۴ درست است.

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{10^9} = 0.3 \text{ m} \rightarrow \text{رادیویی}$$

۵۳. گزینه ۲ درست است.

$$\lambda_2 = \frac{40}{100} \times \lambda_1 \rightarrow f_2 = \frac{100}{40} \times f_1 = \frac{5}{2} f_1 = \frac{25}{2} \times 10^{14}$$

$$K_{\text{Max}_1} = hf - W_0 \rightarrow 1 = 4 \times 10^{-15} \times (5 \times 10^{14}) - W_0 \rightarrow W_0 = 1 \text{ eV}$$

$$K_{\text{Max}_2} = hf - W_0 = 4 \times 10^{-15} \times \left(\frac{25}{2} \times 10^{14}\right) - 1 = 4 \text{ eV}$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{K_{\text{Max}_2}}{K_{\text{Max}_1}}} = \sqrt{\frac{4}{1}} = 2$$

۵۴. گزینه ۱ درست است.

$$1 \rightarrow 2: \text{طیف اول سری لیمان} \quad \Delta E_1 = \frac{E_R}{1^2} - \frac{E_R}{2^2} = \frac{3}{4} E_R$$

$$2 \rightarrow 3: \text{طیف اول سری بالمر} \quad \Delta E_2 = \frac{E_R}{2^2} - \frac{E_R}{3^2} = \frac{5}{36} E_R$$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\Delta E_1}{\Delta E_2} = \frac{\frac{3}{4} E_R}{\frac{5}{36} E_R} = \frac{27}{5} = 5.4$$

۵۵. گزینه ۳ درست است.

تابش هر پرتو α عدد اتمی را ۲ واحد و تابش هر پوزیترون عدد اتمی را ۱ واحد کاهش می‌دهد.

$$2m + n = 10$$

تابش هر پرتو α عدد نوترونی را ۲ واحد کاهش و تابش هر پوزیترون عدد نوترونی را ۱ واحد افزایش می‌دهد.

$$2m - n = 6$$

$$\rightarrow m = 4, n = 2 \rightarrow m + n = 6$$

۵۶. گزینه ۱ درست است.

$$90 \frac{\text{mile}}{\text{h}} \times \frac{1600 \text{ m}}{\text{mile}} \times \frac{\text{h}}{3600 \text{ s}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۵۷. گزینه ۱ درست است.

نیروی بین مولکول‌های یخ بیشتر از آب و همچنین فاصله بین مولکول‌های یخ بیشتر از آب است؛ زیرا چگالی یخ صفر درجه کمتر از آب صفر درجه است.

۵۸. گزینه ۴ درست است.

۱۶ سانتی‌متر از مایع فشاری معادل $72 - 76 = 4 \text{ cmHg}$ ایجاد می‌کند.

$$\rho_{\text{مایع}} g h = \rho_{\text{جیوه}} g h \rightarrow \rho \times 16 = 13.6 \times 4 \rightarrow \rho = 3.4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \xrightarrow{\times 1000} 3400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

۵۹. گزینه ۲ درست است.

جسم از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. پس انرژی جنبشی نهایی جسم برابر است با کار کل انجام شده روی جسم.

$$\Delta k = W_T \rightarrow k = F_{\text{net}} \cdot d$$

در حالت دوم شتاب دو برابر شده است، پس F_{net} هم دو برابر شده است.

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{(2F_{\text{net}} \cdot d)}{F_{\text{net}} \cdot d} = 2$$

۶۰. گزینه ۴ درست است.

$$F = \frac{9}{5} \theta + 32, F = \theta \rightarrow \theta = \frac{9}{5} \theta + 32 \rightarrow -\frac{4}{5} \theta = 32 \rightarrow \theta = -40^\circ \text{C}$$

۶۱. گزینه ۱ درست است.

3200 cm^3 آب معادل 3200 g است.

آبی که تبخیر می‌شود گرمای خود را از آب باقی‌مانده در تشت می‌گیرد و آن را به یخ تبدیل می‌کند.

$$m(L_v) = (3200 - m)(L_f)$$

$$\rightarrow m \times 2252 = (3200 - m) \times 336 \rightarrow 7m = 3200 - m \rightarrow 8m = 3200 \rightarrow m = 400 \text{ g}$$

۶۲. گزینه ۲ درست است.

$$P_{g1} = 3/8 \text{ atm} \rightarrow P_1 = 4/8 \text{ atm}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{273 - 33}{273 + 47} = \frac{240}{320} = \frac{3}{4}$$

$$P_2 = \frac{3}{4} \times P_1 = \frac{3}{4} \times 4/8 = 3/6 \text{ atm}$$

$$P_{g_2} = 3/6 - 1 = 2/6 \text{ atm}$$

۶۳. گزینه ۴ درست است.

$$W = -P\Delta v = -(2 \times 10^5)(7 \times 10^{-3} - 12 \times 10^{-3}) = +1000 \text{ J}$$

$$\Delta u = Q + W = (-400) + (+1000) = 600 \text{ J}$$

۶۴. گزینه ۱ درست است.

$$AB: T_A = T_B \rightarrow P_A V_A = P_B V_B \rightarrow 3 \times 1 = P_B \times 5 \rightarrow P_B = \frac{3}{5} = 0/6 \text{ atm}$$

$$BC: W = -P\Delta v = -(0/6 \times 10^5)(-3 \times 10^{-3}) = 180 \text{ J}$$

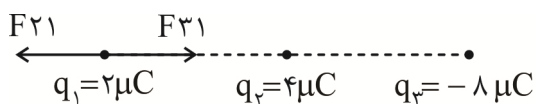
۶۵. گزینه ۲ درست است.

$$4 \frac{\lambda}{2} = 1 \rightarrow \lambda_f = 0/5$$

$$f_f = \frac{V}{\lambda_f} = \frac{200}{0/5} = 400 \text{ Hz}$$

$$f_1 = \frac{f_f}{4} = 100 \text{ Hz}$$

۶۶. گزینه ۳ درست است.

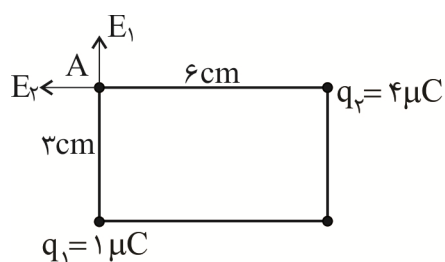


$$F_{21} = \frac{kq_2q_1}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (2 \times 10^{-6})}{(0/3)^2} = 0/8 \text{ N}$$

$$F_{31} = \frac{k|q_3|q_1}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (8 \times 10^{-6}) \times (2 \times 10^{-6})}{(0/6)^2} = 0/4 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}} = F_{21} - F_{31} = 0/8 - 0/4 = 0/4 \text{ N}$$

۶۷. گزینه ۳ درست است.



$$E_1 = \frac{kq_1}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (1 \times 10^{-6})}{(0/03)^2} = \frac{9 \times 10^3}{9 \times 10^{-4}} = 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$E_2 = \frac{kq_2}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6})}{(0/06)^2} = \frac{36 \times 10^3}{36 \times 10^{-4}} = 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

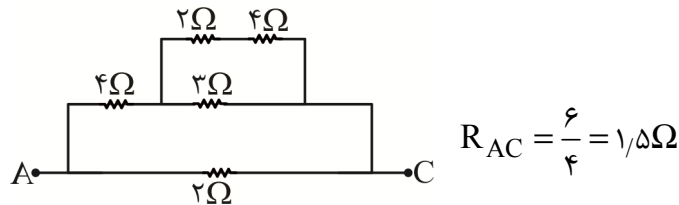
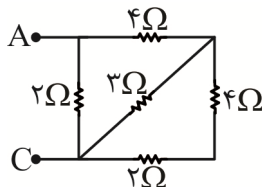
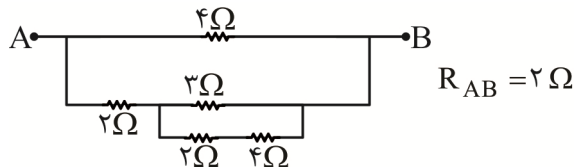
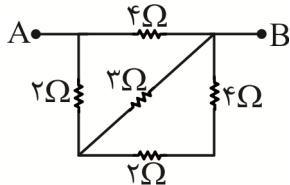
$$E_T = E_1 \sqrt{2} = 10^7 \sqrt{2} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

۶۸. گزینه ۴ درست است.

اگر مقاومت سیم به طول l را R در نظر بگیریم، مقاومت سیم به طول $2l$ ، $2R$ خواهد شد. با توجه به ثابت بودن V ، جریان در حالت دوم نصف حالت اول است.

$$B = \frac{N\mu_0 I}{2\pi R} \rightarrow \frac{B_2}{B_1} = \frac{N_2}{N_1} \times \frac{I_2}{I_1} = 1$$

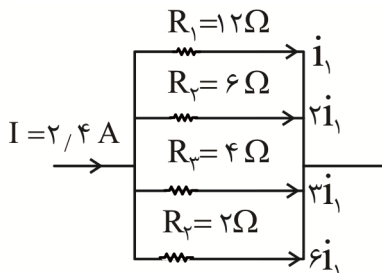
۶۹. گزینه ۲ درست است.



$$\frac{R_{AB}}{R_{AC}} = \frac{2}{1.2} = \frac{5}{3}$$

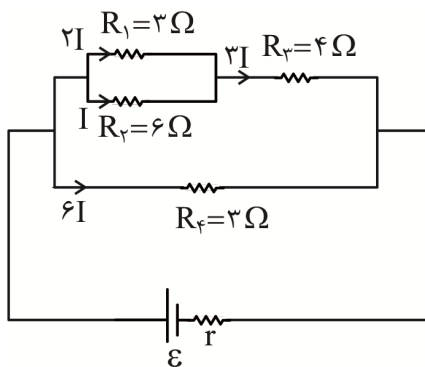
۷۰. گزینه ۱ درست است.

در مقاومت‌های موازی جریان‌ها به نسبت عکس مقاومت‌ها تقسیم می‌شوند.



$$i_1 + 2i_1 + 3i_1 + 6i_1 = 12i_1 = 2/4 \rightarrow i_1 = 0.2 A$$

۷۱. گزینه ۳ درست است.



$$\frac{P_f}{P_1} = \frac{R_f I_f^2}{R_1 I_1^2} = \frac{3 \times 6 \times 6}{3 \times 2 \times 2} = 3^2 = 9$$

۷۲. گزینه ۳ درست است.

$$\frac{1}{2} mv^2 = E|q|d \rightarrow \frac{1}{2} (8 \times 10^{-27}) \times (1.6 \times 10^{-19}) = 10 \times (2 \times 1.6 \times 10^{-19}) \times d$$

$$d = 2 \times 10^{-4} m$$

بازده ذره a ، $+2e$ است.

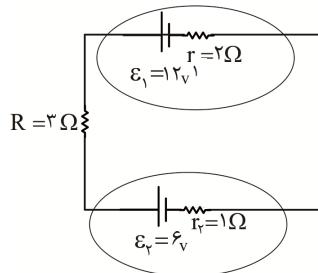
۷۳. گزینه ۲ درست است.

$$g' = g + a = 10 + 2 = 12$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g'}{l}} = \sqrt{\frac{12}{12 \times 10^{-2}}} = 10 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{10}{2\pi} = \frac{5}{\pi}$$

۷۴. گزینه ۱ درست است.



$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{12 - 6}{3 + 2 + 1} = 1 \text{ A}$$

(۱) $P = \varepsilon_1 I - r_1 I^2 = 12 \times 1 - 2 \times 1^2 = 10 \text{ W}$

(۲) $P = \varepsilon_2 I + r_2 I^2 = 6 \times 1 + 1 \times 1^2 = 7 \text{ W}$

۷۵. گزینه ۲ درست است.

$$\Delta l = l_0 \alpha \Delta \theta \rightarrow \Delta l = 450 \times (2 \times 10^{-5}) \times (50) = 0.45$$

شیمی

۷۶. گزینه ۳ درست است.

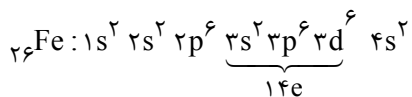
الف) نادرست است؛ زیرا با توجه به تعداد e های $l=2$ و بار کاتیون X^{3+} ، عدد اتمی عنصر X برابر ۲۶ است.
 $X^{3+} : [18 \text{ Ar}] 3d^5 \Rightarrow X : [Ar] 3d^6 4s^2 \Rightarrow Z = 18 + 2 + 6 = 26$

ب) درست است؛ زیرا Fe قادر به تشکیل کاتیون های پایدار Fe^{2+} و Fe^{3+} است، بنابراین فرمول اکسیدهای آن می تواند FeO و یا Fe_2O_3 باشد.

پ) نادرست است؛ زیرا این عنصر در گروه هشتم قرار دارد.

ت) نادرست است؛ زیرا در خارجی ترین زیرلایه این عنصر، ۲ الکترون وجود دارد. ($4s^2$)

ث) درست است؛



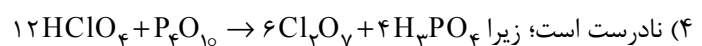
(فصل ۱ شیمی دهم، ص ۲۹ تا ص ۳۹)

۷۷. گزینه ۱ درست است.

(۱) درست است.

(۲) نادرست است؛ زیرا ردپای CO_2 در تولید برق با استفاده از انرژی خورشید، بیشتر از تولید همان میزان برق با استفاده از گرمای زمین است.

(۳) نادرست است؛ زیرا شمار جفت الکترون های پیوندی و ناپیوندی در متیل یدید (CH_3I) به ترتیب برابر ۴ و ۳ است.



(فصل ۲ شیمی دهم، ص ۵۴ تا ص ۶۹)

۷۸. گزینه ۲ درست است.

الف) درست است؛ زیرا تمام انتقال‌های الکترونی هیدروژن برانگیخته $2 < n \leq 6$ به لایه $n = 2$ باعث ایجاد نور مرئی می‌شوند.



ب) نادرست است؛ زیرا انتقال F باعث ایجاد رنگ آبی می‌شود که فاصله رنگ آبی تا رنگ نیلی کمتر از فاصله رنگ آبی تا سرخ است.

پ) نادرست است؛ زیرا انتقال B با بیشترین جذب انرژی، دارای کوتاه‌ترین طول موج همراه است.

ت) درست است؛ زیرا با بازگشت e از $n > 1$ به $n = 1$ ، موج نشر شده به دلیل انرژی بیشتر می‌تواند در ناحیه فرابنفش قرار گیرد و طول موج پرتو نشر شده از انتقال e از لایه‌های بالاتر به $n = 3$ یا $n = 4$ ، بلندتر از طول موج نور مرئی است و می‌تواند در ناحیه فروسرخ قرار گیرد.

(فصل ۱ شیمی دهم، ص ۲۳ تا ص ۲۷)

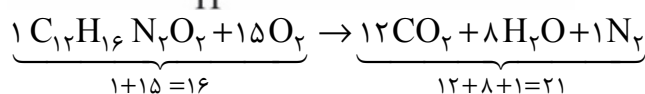
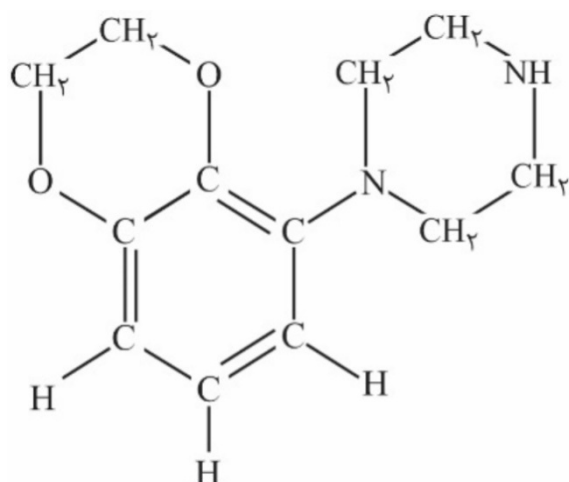
۷۹. گزینه ۲ درست است.

جفت ناپیوندی	جفت پیوندی	ساختار لوویس
۱	۴	$H-C \equiv N:$
۸	۴	$\begin{array}{c} :O: \\ \\ :\ddot{O}-S-\ddot{O}: \end{array}$
۵	۴	$H-\ddot{O}-\ddot{N}=\ddot{O}$
۱۰	۳	$\begin{array}{c} \ddot{P} \\ / \quad \quad \backslash \\ :\ddot{F} \quad \ddot{F} \quad :\ddot{F}: \end{array}$
۲	۵	$\begin{array}{c} H \\ \\ H-C-\ddot{O}-H \\ \\ H \end{array}$
۴	۵	$\begin{array}{c} :\ddot{O}: \\ // \\ H-C-\ddot{O}-H \end{array}$
۰	۴	$\begin{array}{c} H \\ \\ H-N^+-H \\ \\ H \end{array}$
۸	۴	$\begin{array}{c} :O: \\ \\ :\ddot{O}-C-\ddot{O}: \end{array}$

(فصل ۲ شیمی دهم، ص ۵۵ تا ص ۵۶)

۸۰. گزینه ۲ درست است.

ساختار گسترده ترکیب آلی موردنظر به صورت زیر است:



پس نسبت موردنظر $\frac{21}{16}$ است. (فصل ۲ شیمی دهم، ص ۶۴)

۸۱. گزینه ۴ درست است.

انحلال پذیری AgNO_3 در دمای 60°C برابر با 440 گرم در 100 گرم آب است، پس جرم محلول سیر شده $440 + 100 = 540 \text{ g}$ است.

جرم محلول سیر شده در دمای 20°C جرم محلول سیر شده در دمای 60°C = جرم رسوب
 $= (440 + 100) - (216 + 100) = 224 \text{ g}$

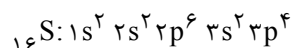
پس به ازای 54 g محلول، $224/10 = 22.4 \text{ g}$ رسوب تشکیل می شود. با توجه به این که در دمای 20°C ، برای حل کردن 216 g نقره نیترات به 100 g آب نیاز است، خواهیم داشت:

$$22.4 \text{ g AgNO}_3 \times \frac{100 \text{ g H}_2\text{O}}{216 \text{ g AgNO}_3} = 10.37 \approx 10.4 \text{ g H}_2\text{O}$$

(فصل ۳ شیمی دهم، ص ۱۰۱)

۸۲. گزینه ۳ درست است.

عدد کوانتومی $l=1$ نشان دهنده زیرلایه p است. اتم عنصر S دارای $16e$ در زیرلایه های $3p$ و $3p$ است.



از آنجا که گوگرد، خصلت نافلزتی بیشتری نسبت به کربن دارد، بنابراین خاصیت اسیدی SO_3 بسیار بیشتر از CO_2 است، بنابراین خاصیت بازی آن کمتر از CO_2 خواهد بود. همچنین از آنجا که در یک دوره از چپ به راست با افزایش عدد اتمی، شعاع اتمی کاهش می یابد، شعاع اتمی S کمتر از P است.

(فصل ۱ شیمی یازدهم، ص ۷ تا ۱۴ - فصل ۱ شیمی دهم، ص ۲۹ تا ۳۲)

۸۳. گزینه ۲ درست است.

روش اول:

$$24 \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n}}{2n \text{ mol O}_2} \times \frac{(14n) \text{ g C}_n\text{H}_{2n}}{1 \text{ mol C}_n\text{H}_{2n}} \times \frac{1 \text{ L C}_n\text{H}_{2n}}{d \text{ g C}_n\text{H}_{2n}} = 5/6 \text{ L C}_n\text{H}_{2n} \Rightarrow d = 1/25 \text{ g.L}^{-1}$$

روش دوم: تناسب

$$\frac{\text{چگالی} \times \text{لیتر آلکن}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{گرم گاز اکسیژن}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{5/6 \times d}{1 \times 14n} = \frac{24}{\frac{3n}{2} \times 32} \Rightarrow d = 1/25 \text{ g.L}^{-1}$$

(فصل ۱ شیمی یازدهم، ص ۳۹ تا ص ۴۱ - فصل ۲ شیمی دهم، ص ۸۰ تا ص ۸۱)

۸۴. گزینه ۱ درست است.

۲- اتیل پنتان: نادرست است؛ زیرا گروه اتیل نمی‌تواند روی کربن شماره ۲ آلکان قرار گیرد، پس نام درست (۳- متیل هگزان) است.
۴، ۵، ۶- تری متیل هپتان. نادرست است؛ زیرا شماره‌گذاری زنجیر اصلی را از سمتی آغاز می‌کنیم که به شاخه فرعی نزدیک‌تر باشد.
(فصل ۱ شیمی یازدهم، ص ۳۶ تا ص ۳۹)

۸۵. گزینه ۲ درست است.

موازنه واکنش به صورت زیر است:

$$\frac{X \text{ مول کلرید}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{گرم روی کلرید}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{1 \text{ mol } XCl_n}{1} = \frac{204 \text{ g ZnCl}_2}{\frac{n}{2} \times 136} \Rightarrow n=3$$

پس عنصر X دارای یون $+3$ است و فرمول کلرید آن XCl_3 است. بین فلزات داده شده Fe یون $+3$ تشکیل می‌دهند.
پس داریم:

$$\frac{\text{مول آهن III کلرید}}{\text{ضریب}} = \frac{\text{گرم آهن}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{1 \text{ mol FeCl}_3}{1} = \frac{X \text{ g Fe}}{56 \times 1} \Rightarrow X = 56 \text{ g آهن}$$

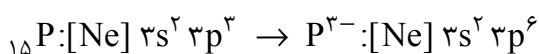
$$Q = mC\Delta T = 56 \text{ g} \times 0.45 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1} \times 10 \text{ K} = 252 \text{ J}$$

(فصل ۲ شیمی یازدهم، ص ۵۷)

۸۶. گزینه ۳ درست است.

$$A - Z = 16 \Rightarrow (N + Z) - Z = 16 \rightarrow N = 16$$

$$\begin{matrix} N=16 \\ N - Z = 1 \end{matrix} \Rightarrow 16 - Z = 1 \rightarrow Z = 15$$



عبارت اول درست است.

عبارت دوم نادرست است؛ زیرا فسفر رادیوایزوتوپ دارد. (ایزوتوپ ناپایدار)

عبارت سوم درست است؛
 $\text{P}^{3-} > \text{S}^{2-} > \text{Cl}^- > \text{Na}^+ > \text{Mg}^{2+} > \text{Al}^{3+}$ شعاع یونی

$${}_{15}\text{P} : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3 \Rightarrow \frac{\text{تعداد } e \text{ های } l=1 \text{ (زیرلایه } p\text{)}}{\text{تعداد } e \text{ های } l=0 \text{ (زیرلایه } s\text{)}} = \frac{6+3}{2+2+2} = 1/5$$

عبارت چهارم درست است. (فصل ۱ شیمی دهم، ص ۶ و ص ۲۹)

۸۷. گزینه ۳ درست است.

(۱) نادرست است؛ زیرا پس از پایان واکنش غلظت واکنش‌دهنده‌ها به مقدار ثابتی می‌رسد، اما در این نمودار [B] در 10 s یعنی کوتاه‌تر از انجام واکنش ثابت شده است.

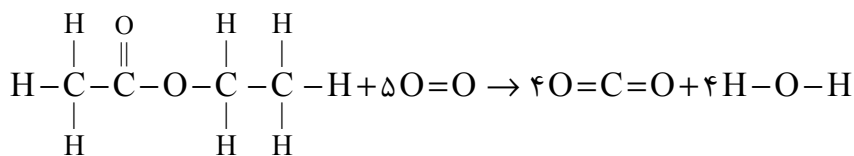
(۲) نادرست است؛ زیرا [B] به صفر رسیده درحالی‌که B در انتهای واکنش باید در ظرف باقی بماند و غلظتش به صفر نرسد.

(۴) نادرست است؛ زیرا در معادله واکنش ضرایب استوکیومتری A و B برابر است. پس باید میزان کاهش غلظت A و

B برابر باشد، درحالی‌که در مدت زمان ۱۵ ثانیه، ماده A به اندازه 3 mol.L^{-1} ولی ماده B به اندازه 2 mol.L^{-1} مصرف شده است.

(فصل ۲ شیمی ۳، ص ۸۳ تا ص ۸۸)

۸۸. گزینه ۴ درست است.



$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [8 \Delta H_{\text{C-H}} + 2 \Delta H_{\text{C-C}} + 2 \Delta H_{\text{C-O}} + 5 \Delta H_{\text{O=O}}] - [7 \Delta H_{\text{C=O}} + 8 \Delta H_{\text{O-H}}]$$

$$= [(8 \times 415) + (2 \times 348) + (2 \times 357) + (5 \times 495)] - [(7 \times 799) + (8 \times 463)] =$$

$$7205 - 9297 = -2092 \text{ kJ}$$

(فصل ۲ شیمی یازدهم، ص ۶۷ تا ص ۶۸)

۸۹. گزینه ۳ درست است.

جمله اول درست است؛ زیرا با جایگزینی گروه $-\text{CN}$ با گروه متیل، پلی پروپن $(\text{C}_3\text{H}_6)_n$ به دست می آید که برای تهیه سرنگ به کار می رود.

جمله دوم درست است؛ زیرا گلوکز $(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6)$ و اتیل بوتانوات $(\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_2)$ تعداد C و H یکسانی دارند.

جمله سوم درست است؛ زیرا تفلون $(\text{C}_2\text{F}_4)_n$ ، پلی اتن $(\text{C}_2\text{H}_4)_n$ و پلی وینیل کلرید $(\text{CH}_2=\text{CH})_n$ مونومر هر سه ۲ اتم C دارند.

جمله چهارم نادرست است؛ زیرا کربوکسیلیک اسیدها دسته ای از ترکیبات آلی هستند که یک یا چند گروه $-\text{C}(=\text{O})\text{OH}$ دارند.

(فصل ۳ شیمی یازدهم، ص ۱۰۴)

۹۰. گزینه ۲ درست است.

روش اول:

$$\text{اسید} \times \frac{1 \text{ mol}}{87 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol}}{100 \text{ g}} \times \frac{58 \text{ g}}{100 \text{ g}} = 200 \text{ g} \text{ آمید خالص} \times \frac{1 \text{ mol}}{100 \text{ g}} \times \frac{58 \text{ g}}{100 \text{ g}} = 200 \text{ g} \text{ آمید خالص}$$

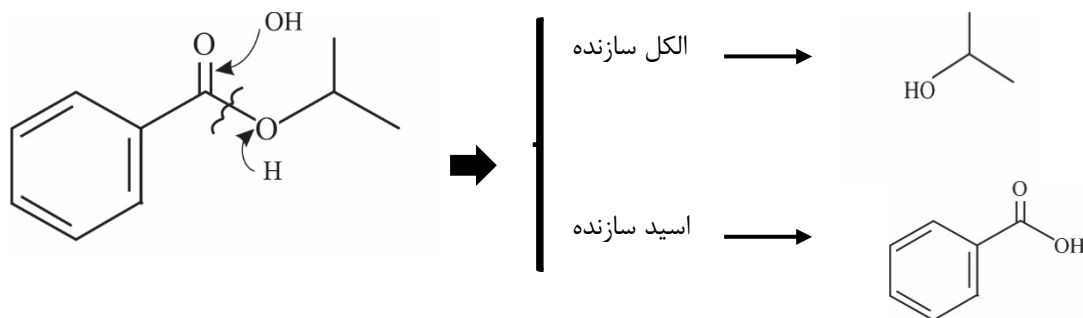
$$\frac{60 \text{ g}}{1 \text{ mol}} \times \frac{100}{80} = 100 \text{ g}$$

روش دوم:

$$\frac{\text{اسید گرم} \times \frac{R}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{اسید گرم} \times \frac{P}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{x \times \frac{80}{100}}{1 \times 60} = \frac{200 \times \frac{58}{100}}{1 \times 87} \Rightarrow x = 100 \text{ g}$$

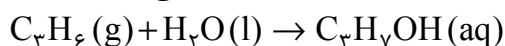
(فصل ۳ شیمی یازدهم، ص ۱۱۴ تا ص ۱۱۷)

۹۱. گزینه ۲ درست است.



فرمول مولکولی اسید A به صورت $C_7H_6O_2$ است و ۱۵ اتم دارد.

فرمول مولکولی الکل B که همان ۲- پروپانول است به صورت C_3H_7OH است که مطابق معادله زیر تولید می شود.

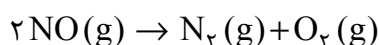


پس آلکن سازنده الکل B، پروپن با فرمول مولکولی C_3H_6 است و ۹ اتم دارد.

$$\frac{\text{تعداد اتم های آلکن سازنده الکل}}{\text{تعداد اتم های اسید}} = \frac{9}{15} = 0.6$$

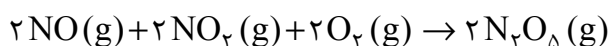
(فصل ۳ شیمی یازدهم، ص ۱۰۸ تا ص ۱۱۳)

۹۲. گزینه ۱ درست است.



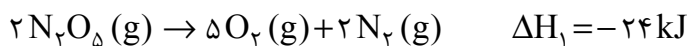
واکنش موردنظر

واکنش (۳) را معکوس و دو برابر می کنیم:



$$\Delta H_f' = -2(112) = -224 \text{ kJ}$$

واکنش (۱) را به همان صورت می نویسم:



واکنش (۲) را به همان صورت می نویسیم:



$$L_{\text{گاز}} = 300 \text{ g NO} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{30 \text{ g NO}} \times \frac{2 \text{ mol}}{2 \text{ mol NO}} \times \frac{22.4 \text{ L}}{1 \text{ mol}} = 224 \text{ L گاز}$$

(فصل ۲ شیمی یازدهم، ص ۷۲ تا ۷۵)

۹۳. گزینه ۲ درست است.

ابتدا غلظت مولی محلول حاصل از مخلوط شدن محلول های (۱) و (۲) را محاسبه می کنیم:

$$M_{\text{محلول نهایی}} = \frac{\text{mol}_{(1)} + \text{mol}_{(2)}}{V_{(1)} + V_{(2)}} = \frac{(4+8) \times 0.2 \text{ mol}}{0.1 \text{ L}} = 2.4 \text{ mol.L}^{-1}$$

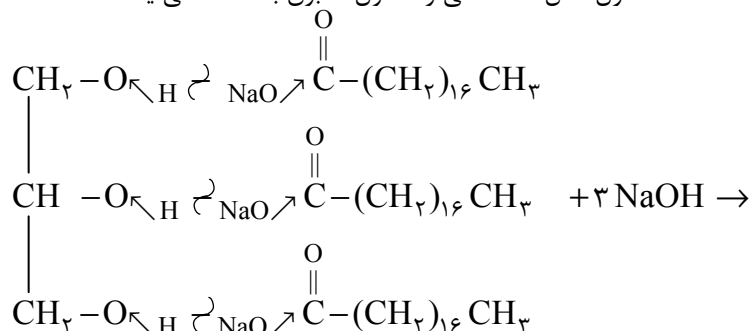
با استفاده از رابطه $M = \frac{\rho \cdot d}{\text{جرم مولی}}$ داریم:

$$2.4 = \frac{10 \times 1.8 \times d}{18} \rightarrow d = 2 \text{ g.mL}^{-1}$$

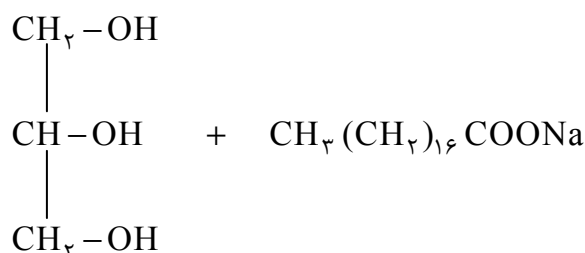
(فصل ۳ شیمی دهم، ص ۹۸ تا ص ۱۰۱)

۹۴. گزینه ۴ درست است.

از واکنش ۱ مول از یک استر سه عاملی با ۳ مول $NaOH$ ، ۱ مول الکل سه عاملی و ۳ مول صابون به دست می‌آید.



✎



فرمول ترکیب (II) نیز $\text{CH}_3 (\text{CH}_2)_{16} \text{COONa}$ یا $\text{C}_{18}\text{H}_{35}\text{O}_2 \text{Na}$ است.

گزینه (۱): فرمول ترکیب (I)، $\text{C}_{57}\text{H}_{110}\text{O}_6$ است، درحالی‌که فرمول روغن زیتون $\text{C}_{57}\text{H}_{104}\text{O}_6$ است.

گزینه (۲): $(\text{C}_{18}\text{H}_{35}\text{OO})_2 \text{Mg}$ درست است. (یک اتم هیدروژن بیشتر گفته است)

گزینه (۳): صابون خاصیت بازی دارد و کاغذ pH در حضور آن آبی می‌شود.

(فصل ۱ شیمی ۳، ص ۵ تا ص ۱۱)

۹۵. گزینه ۳ درست است.

با توجه به E° اکسیژن در محیط خنثی (0.4 V) و محیط اسیدی (1.23 V)، می‌توان فلزها را از نظر اکسایش به سه دسته تقسیم کرد.

انواع فلزها از نظر اکسایش:

(۱) $E^\circ < 0.4 \text{ V}$ در محیط خنثی اکسید می‌شود ← مثل روی و منیزیم

(۲) $0.4 \text{ V} < E^\circ < 1.23 \text{ V}$ در محیط اسیدی اکسید می‌شود ← مثل نقره

(۳) $E^\circ > 1.23 \text{ V}$ اکسید نمی‌شود ← مثل طلا

(فصل ۲ شیمی ۳، ص ۵۷ تا ص ۵۸)

۹۶. گزینه ۳ درست است.

E و C به ترتیب گوگرد (S) و فلوئور (F) هستند. آنتالپی فروپاشی شبکه MgE (MgS) بیشتر از NaC (NaF) است، زیرا مجموع بار یک کاتیون و یک آنیون در آن بیشتر است.

گزینه (۱): در یک دوره از چپ به راست، شعاع اتمی کاهش می‌یابد، بنابراین شعاع اتمی A از B بیشتر است.

A و B به ترتیب یون‌های A^{3-} و B^{2-} تشکیل می‌دهند. در آنیون‌های یک دوره، آنیونی که بار بیشتری دارد شعاع بیشتری هم خواهد داشت.

گزینه (۲): مقدار بار E^{2-} بیشتر از F^- است، بنابراین چگالی آن بیشتر است.

گزینه (۴): F همان Cl است و NaCl یک ترکیب یونی است و نسبت به آمونیاک که یک ترکیب مولکولی است در گستره دمایی بیشتری به حالت مایع باقی می‌ماند. (فصل ۲ شیمی ۳، ص ۷۸ تا ص ۸۱)

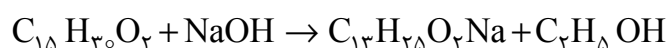
۹۷. گزینه ۲ درست است.

واکنش $I_2(g) + H_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$ که با گازهای I_2 و H_2 آغاز می‌شود، در مسیر رفت پیش می‌رود تا به لحظه تعادل برسد. در طول زمان با مصرف شدن گازهای I_2 و H_2 ، غلظت این دو ماده کاهش و غلظت گاز HI افزایش می‌یابد. با توجه به یکسان بودن ضریب دو گاز I_2 و H_2 در معادله واکنش، مقدار کاهش غلظت این دو گاز برابر است. همچنین افزایش غلظت گاز HI دو برابر کاهش غلظت واکنش‌دهنده‌ها است.

(فصل ۳ شیمی ۳، ص ۱۹ تا ص ۲۱)

۹۸. گزینه ۲ درست است

$$[OH^-] = 10^{pH-14} \Rightarrow [OH^-] = 10^{-0.7} = 0.2 \text{ mol.L}^{-1} \xrightarrow{\alpha=1} [NaOH] = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$



$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{غلظت مولی} \times \text{لیتر محلول}}{\text{ضریب}} \Rightarrow \frac{96.8 \text{ g } C_{15}H_{30}O_2}{242 \times 1} = \frac{X(L) \times 0.2}{1}$$

محلول $X = 2L$

(فصل ۱ شیمی ۳، ص ۲۷ تا ص ۲۹)

$$\alpha = \frac{\text{تعداد } X^-}{\text{تعداد } X^- + \text{تعداد } HX} \Rightarrow \alpha = \frac{2}{2+8} = 0.2 \quad \text{گزینه ۱ درست است.}$$

$$K_a = \frac{M\alpha^2}{1-\alpha} \Rightarrow K_a = \frac{0.2 \times (0.2)^2}{0.8} = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$$

(فصل ۱ شیمی ۳، ص ۲۱ تا ص ۲۴)

۱۰۰. گزینه ۳ درست است.

جمله اول درست است؛ زیرا اتیلن گلیکول به عنوان ضدیخ در رادیاتور خودروها استفاده می‌شود.
جمله دوم درست است؛ زیرا عدد اکسایش کربن در اتیلن گلیکول ($C_2H_6O_2$) و بنزن (C_6H_6) برابر ۱- است.
جمله سوم درست است؛ زیرا ترفتالیک اسید خاصیت اسیدی دارد و $pH < 7$ دارد.
جمله چهارم نادرست است؛ زیرا ۱- پروپانول الکل تک‌عاملی است و برای سنتز پلیمرها نمی‌توان از آن استفاده کرد.
(فصل ۴ شیمی ۳، ص ۱۱۱ تا ص ۱۱۶)

۱۰۱. گزینه ۴ درست است.

افزایش دما، موجب جابه‌جایی تعادل در جهت رفت می‌شود، پس می‌توان گفت نماد Q در سمت چپ معادله قرار دارد و واکنش گرماگیر است.

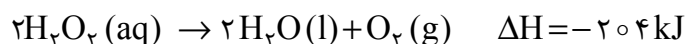
افزایش حجم ظرف تعادل را در جهت رفت جابه‌جا می‌کند، پس شمار مول‌های گازی در سمت راست واکنش، بیشتر از شمار مول‌های گازی در سمت چپ آن است؛ پس $m > n$ است.

(فصل ۴ شیمی ۳، ص ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۱۰۲. گزینه ۱ درست است.

گزینه ۱ درست است؛ زیرا از آن‌جا که واکنش گرماده است ($\Delta H < 0$)، دمای سامانه (محلول A و B) افزایش می‌یابد. با استفاده از کاتالیزگر (KI) سرعت انجام واکنش افزایش یافته و دمای ظرف A با سرعت بیشتری بالا می‌رود.
گزینه ۲ نادرست است؛ زیرا کاتالیزگر در ظرف A با کاهش انرژی فعالسازی، سرعت واکنش را افزایش می‌دهد.
گزینه ۳ نادرست است؛ زیرا کاتالیزگر تأثیری بر روی ΔH ندارد.

گزینه ۴ نادرست است؛ زیرا کاتالیزگر تأثیری بر روی مقدار فرآورده‌ها ندارد. بنابراین مقدار گاز آزاد شده در هر دو ظرف در پایان واکنش یکسان است.



تناسب:

$$\frac{\text{گرم ناخالص} \times \frac{P}{100}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{لیتر گاز}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{200 \text{ g H}_2\text{O}_2 \times \frac{17}{100}}{2 \times 34} = \frac{x \text{ L O}_2}{1 \times 22.4} \quad x = 11.2 \text{ L O}_2$$

$$? \text{ L O}_2 = 200 \text{ g H}_2\text{O}_2 \times \frac{17 \text{ g H}_2\text{O}_2}{100 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ mol H}_2\text{O}_2}{34 \text{ g H}_2\text{O}_2} \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{2 \text{ mol H}_2\text{O}_2} \times \frac{22.4 \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = 11.2 \text{ L O}_2$$

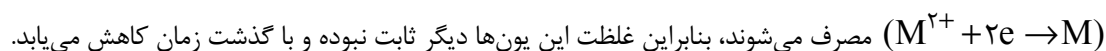
کسر تبدیل:

(فصل ۴ شیمی ۳، ص ۹۵ تا ص ۱۰۰)

۱۰۳. گزینه ۲ درست است.

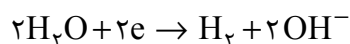
جمله اول نادرست است؛ زیرا اگر به جای این که فلز M را به عنوان آند استفاده کنیم، از پلاتین استفاده کنیم، یون‌های M^{2+}

دیگر در آند تولید نمی‌شوند و یون‌های M^{2+} موجود در محلول الکترولیت تنها در نیم‌واکنش کاهش در سطح تیغه X



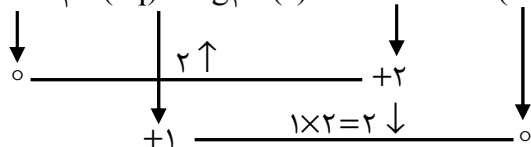
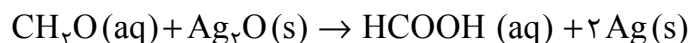
جمله چهارم درست است؛ در آبکاری با فلز M، قدرت اکسندگی M^{2+} باید بیشتر از مولکول‌های آب باشد تا M^{2+} در نیم‌واکنش شرکت کند، نه مولکول‌های آب.

اگر مولکول‌های آب کاهش یابند، به جای فلز M، گاز هیدروژن در اطراف کاتد تولید می‌شود:



(فصل ۲ شیمی ۳، ص ۶۰)

۱۰۴. گزینه ۱ درست است.



$$? \text{ mol Ag} = 50 \text{ ml CH}_3\text{O} \times \frac{1 \text{ L CH}_3\text{O}}{1000 \text{ ml CH}_3\text{O}} \times \frac{0.1 \text{ mol CH}_3\text{O}}{1 \text{ L CH}_3\text{O}} \times \frac{2 \text{ mol Ag}}{1 \text{ mol CH}_3\text{O}} = 10^{-3} \text{ mol Ag}$$

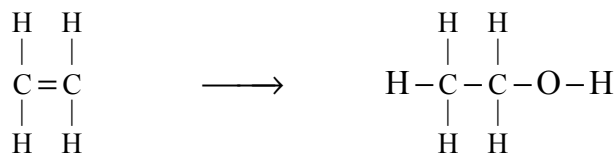
در این واکنش به ازای تولید هر ۲ mol نقره، ۲ مول الکترون بین عامل اکسند (Ag₂O) و کاهنده (CH₃O) مبادله می‌شود، پس می‌توان نوشت:

$$10^{-3} \text{ mol Ag} \times \frac{2 \text{ mol e}}{2 \text{ mol Ag}} = 10^{-3} \text{ mole}$$

(فصل ۲ شیمی ۳، ص ۴۷ تا ص ۵۳)

۱۰۵. گزینه ۲ درست است.

با تبدیل اتن به اتانول، همه موارد به جز مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن تغییر می‌کند.



ناقطبی، ۶ جفت e پیوندی نامحلول در آب

قطبی، ۸ جفت e پیوندی محلول در آب

در هر دو مولکول اتن و اتانول، مجموع عدد اکسایش اتم‌های کربن برابر ۴- است.

$$\text{C}_2\text{H}_4 : 2\text{C} + 4(+1) = 0 \rightarrow 2\text{C} = -4$$

$$\text{C}_2\text{H}_6\text{O} : 2\text{C} + 6(+1) + (-2) = 0 \rightarrow 2\text{C} = -4$$

(فصل ۲ شیمی ۳، ص ۵۲ - فصل ۱ شیمی ۲، ص ۴۰)

شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور



با سنجش آموز درست پیاموز



صدای داوطلب ۹۶۶ ۴۲-۰۲۱ | sanjeshserv.ir

[sanjesheducationgroup](https://www.sanjesheducationgroup.com) | [sanjeshserv](https://www.sanjeshserv.com)